

Des grandeurs aux nombres et à l'algèbre

Atelier APMEP
Toulouse, lundi 20 octobre 2014

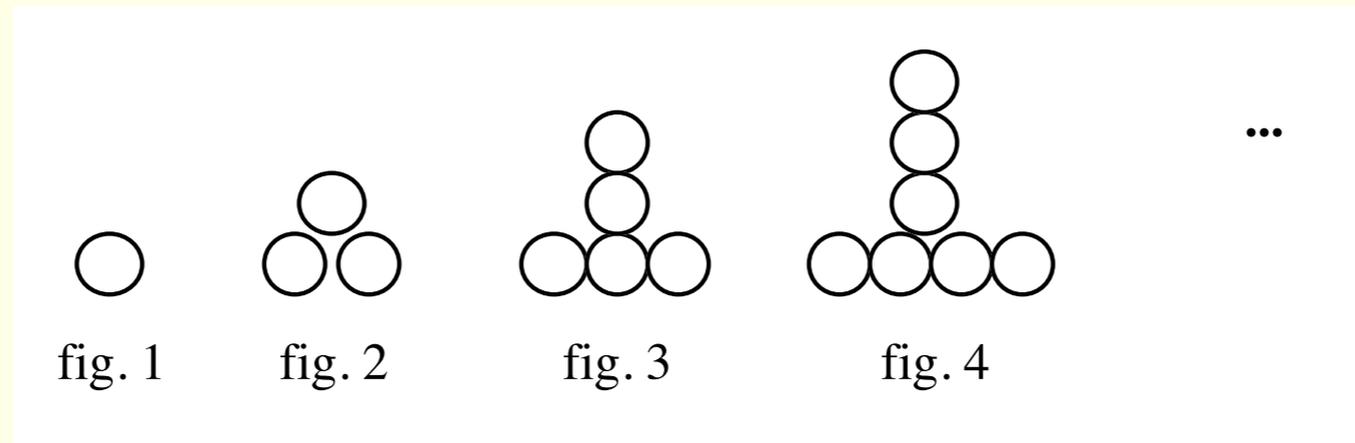






Dessin de Marc N'Guessan

Activité proposée en classe de cinquième



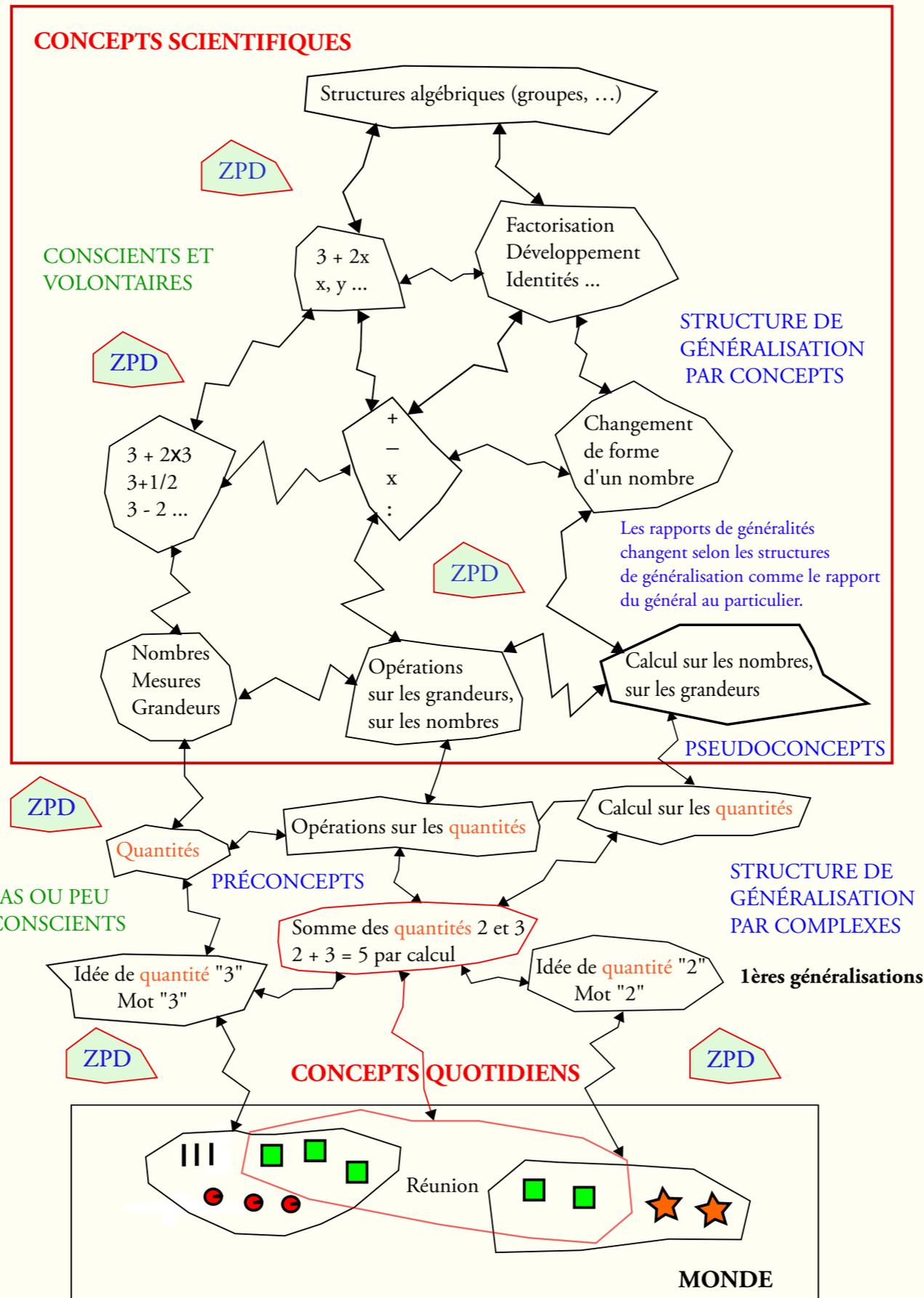
- a) Combien de cercles comprend au total la figure 5 ? Dessiner cette figure.
- b) Sans dessiner la figure, combien de cercles comprend au total la figure 10 ?
- c) Combien de cercles comprend au total la figure 207 ?

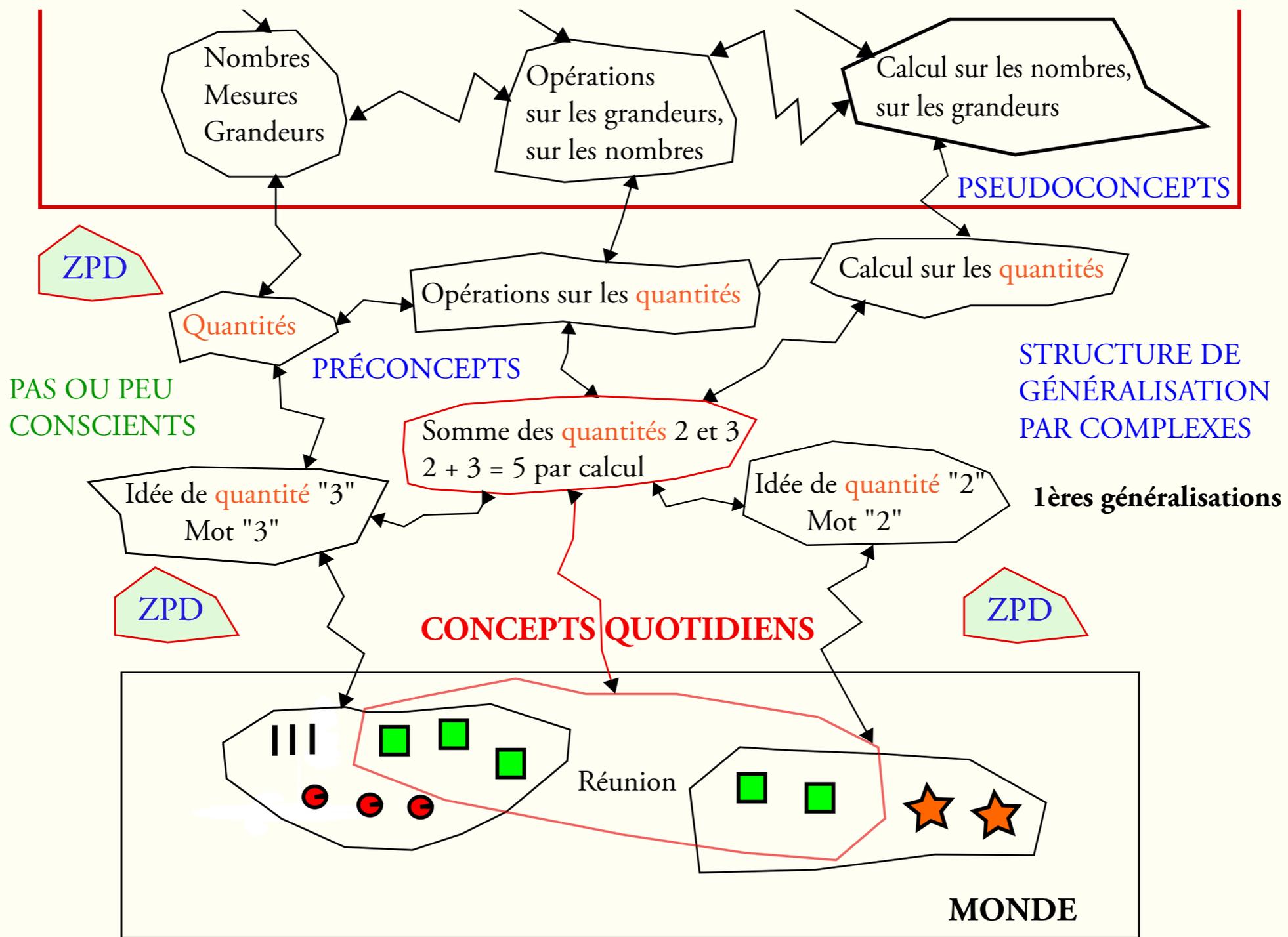
« Un nouveau stade de généralisation ne peut apparaître que sur la base du précédent. Une nouvelle structure de généralisation a pour source non pas une nouvelle généralisation directe des objets à laquelle procéderait la pensée mais la généralisation des objets généralisés dans la structure précédente. Elle apparaît en tant que généralisation de généralisations et non pas simplement comme nouveau mode de généralisation d'objets singuliers. Le précédent travail de la pensée, qui s'est traduit dans les généralisations dominant au stade précédent, n'est pas annulé, n'est pas perdu mais s'intègre à titre de prémisse nécessaire dans le nouveau travail de la pensée. »

(L.S. Vygotski, *Pensée & langage*, p. 391)

SYSTÈME DYNAMIQUE

DÉVELOPPEMENT VIVANT, NON RÉGULIÈREMENT "ASCENDANT"

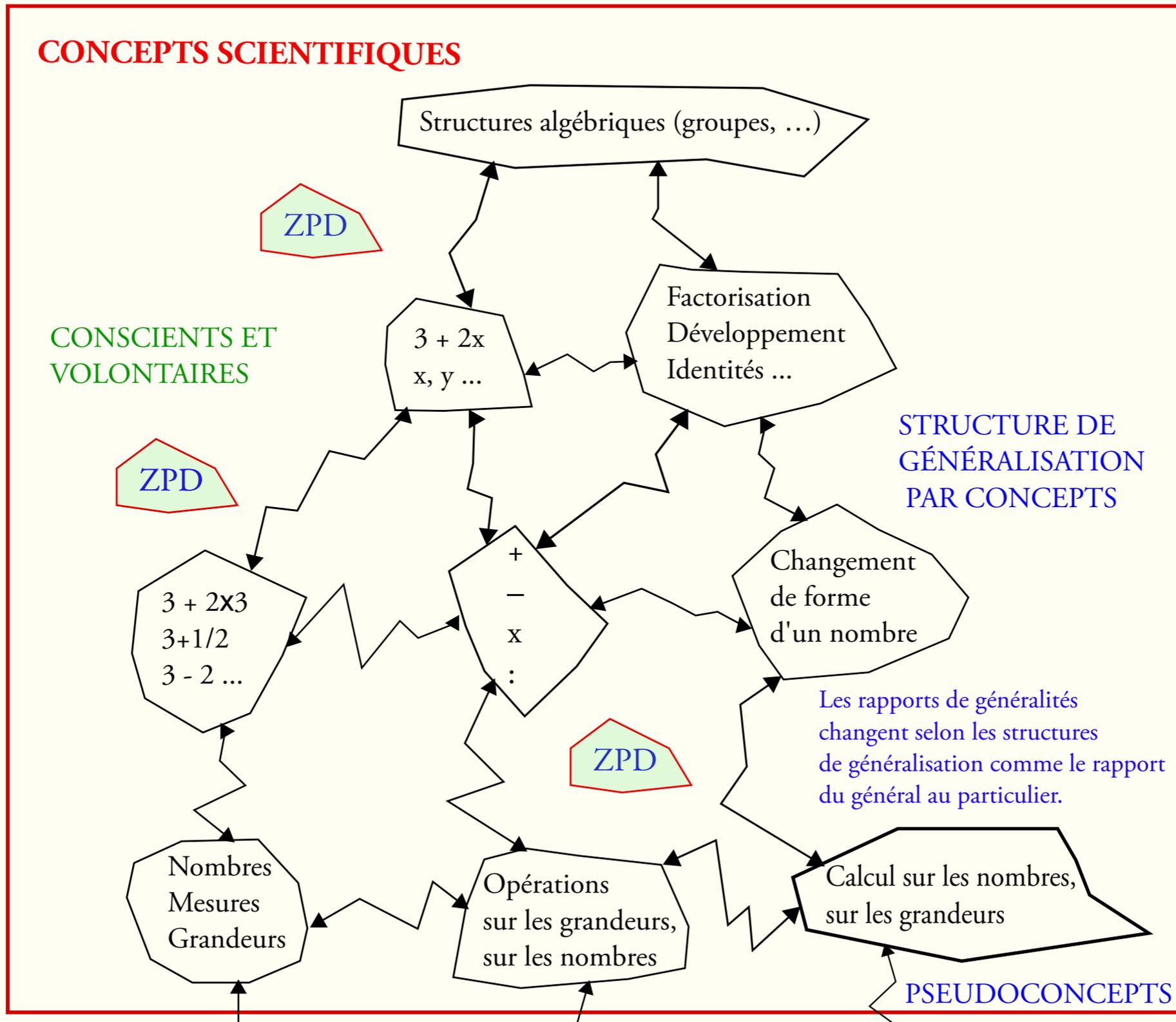




Les doubles flèches sont à lire comme des faisceaux de relations dynamiques.

SYSTÈME DYNAMIQUE

CONCEPTS SCIENTIFIQUES



« Le concept est impossible sans les mots, la pensée conceptuelle est impossible sans la pensée verbale ; l'élément nouveau, l'élément central de tout ce processus, qu'on est fondé à considérer comme la cause productive de la maturation des concepts, est l'emploi spécifique du mot, l'utilisation fonctionnelle du signe comme moyen de formation des concepts. »

(L.S. Vygotski, *Pensée & langage*, p. 207)

« La signification du mot n'est pas immuable. Elle se modifie au cours du développement de l'enfant. Elle varie aussi avec les différents modes de fonctionnement de la pensée. C'est une formation plus dynamique que statique. »

(L.S. Vygotski, *Pensée & langage*, p. 427)

Développement des concepts dans le domaine numérique au collège

Danielle Roger

Domaine du dénombrement, de la mesure	Domaine arithmétique	Domaine algébrique
	But scolaire : trouver le résultat des opérations	But scolaire : changer la forme des polynômes, trouver les inconnues, inéquations
<u>Objets sensibles</u> <u>Opérations</u> : on adjoint, on enlève, on reporte <u>Mesures sophistiquées</u> : la moitié, le quart	<u>Objets</u> : Nombres naturels <u>Opérations</u> : on additionne, on retranche, on multiplie, on divise On opère avec de plus en plus de souplesse en faisant intervenir, dans l'action des opérations, des propriétés (commutativité, associativité ...) <u>Naissance de nombres sophistiqués</u> : les nombres décimaux, les nombres fractionnaires.	<u>Objets</u> : les quatre opérations algébriques <u>Nouveaux nombres</u> : les nombres négatifs, les radicaux, π , ... <u>Nouveaux objets</u> : constantes, indéterminées, inconnues, variables <u>Relations</u> : "=", " \leq " ... <u>Opérations</u> : propriétés de ces opérations, propriétés des relations d'égalité et d'inégalité (relation d'ordre, d'équivalence) Tout ceci avec de plus en plus de souplesse Exemple : les identités remarquables <u>Objets sophistiqués</u> : le monôme, le polynôme, l'équation, l'inéquation.

Généralisations : des objets aux grandeurs, des grandeurs aux nombres, des nombres aux opérations, des opérations aux structures (algèbre).

Groupe Premier Cycle / IREM de Toulouse

« Il n'y a pas de sujet plus fondamental : la mesure des grandeurs est le point de départ de toutes les applications des mathématiques et comme les mathématiques appliquées ont évidemment précédé les mathématiques pures, la logique mathématique, on imagine d'ordinaire que la mesure des aires et des volumes est à l'origine de la Géométrie ; et d'autre part cette mesure fournit le nombre, c'est à dire l'objet même de l'Analyse.

Aussi parle-t-on de la mesure des grandeurs dans les trois enseignements : primaire, secondaire, supérieur ; le rapprochement de ce que l'on fait dans les trois ordres d'enseignement fournit un exemple de ces efforts de compréhension d'ensemble, de coordination qui me paraîtraient pouvoir servir plus efficacement à la formation des futurs professeurs que le travail exigé d'eux : le figolage de leçons isolées. »

Henri LEBESGUES

Tableau donné en fin d'activité 1...

<i>Nom de la grandeur</i>	<i>Longueur</i>			<i>Durée</i>		<i>autres ??</i>
adjectifs	long, court	étendu, vaste	volumineux, spacieux	long, court	lourd, léger	
exemples						
« objet mathématique »	segment de droite					

Tableau donné en fin d'activité 1...

<i>Nom de la grandeur</i>	<i>Longueur</i>			<i>Durée</i>		<i>autres ??</i>
adjectifs	long, court	étendu, vaste	volumineux, spacieux	long, court	lourd, léger	
exemples						
« objet mathématique »	segment de droite					

Tableau donné en fin d'activité 1...

<i>Nom de la grandeur</i>	<i>Longueur</i>			<i>Durée</i>		<i>autres ??</i>
adjectifs	long, court	étendu, vaste	volumineux, spacieux	long, court	lourd, léger	
exemples	Trousse	Trousse	Trousse		Trousse	
« objet mathématique »	segment de droite					

Activité 2

[on fera une phrase à chaque fois pour exprimer la réponse].

Voici deux segments :



segment (1)

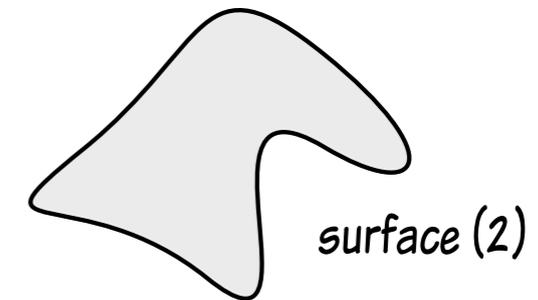
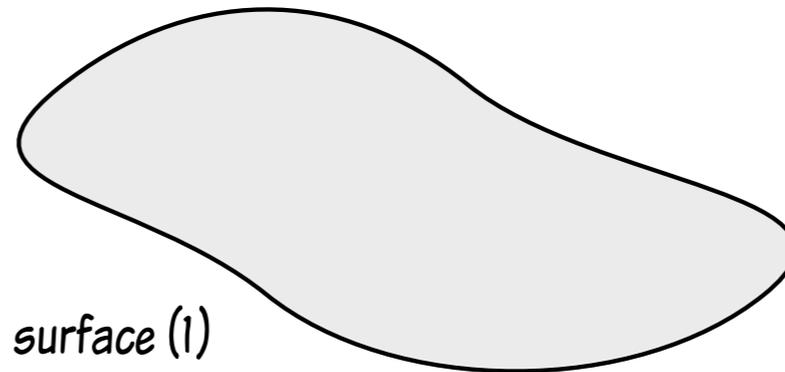


segment (2)

- Quel est le plus long ?

Voici deux surfaces :

- Quelle est la plus étendue ?



Activité 3 [on fera une phrase à chaque fois pour exprimer la réponse]

Voici deux surfaces



surface (1)



surface (2)

- comparer les aires de ces deux surfaces
- comment obtenir l'aire de la surface (2) à partir de l'aire de la surface (1) ?
- faire une phrase pour exprimer l'aire de cette troisième surface
- comment obtenir l'aire de la surface (1) à partir de la surface (2) ?
- quelle remarque peut-on faire sur ces deux réponses ?
- que peut-on dire de l'aire (1) par rapport à l'aire (2) et à l'aire (3) ?

Activité 4

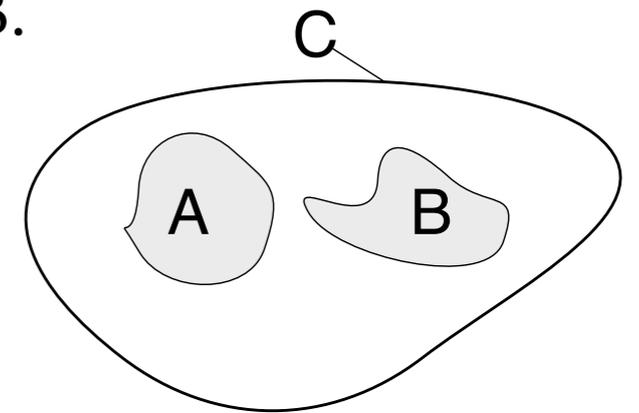


On veut comparer deux segments mais ces deux segments sont dessinés sur deux feuilles qui ne sont pas dans la même pièce.

- Que peut-on «faire» pour comparer leur longueur ?

Activité 5

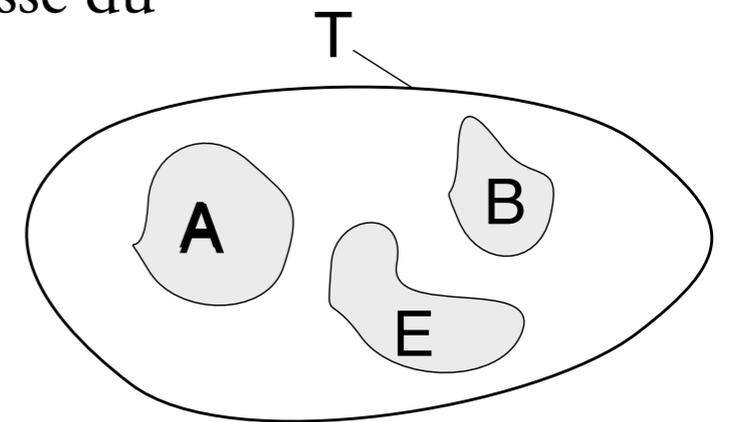
- Un sac (sans masse) contient deux «choses», la chose A et la chose B.
→ quelle est la masse de C qui est le sac rempli ?
→ exprimer la masse de la chose A par rapport aux deux autres masses.
Pour les deux questions, faire une phrase en «français» puis une phrase «plus mathématique».



- Un autre sac est rempli de 3 «choses». On désigne par a la masse de la chose A, par b celle de B, par e la masse de E et par t la masse du sac rempli.

en utilisant une écriture «mathématique»

- exprimer la masse de T par rapport aux 3 autres masses
- exprimer la masse de B.

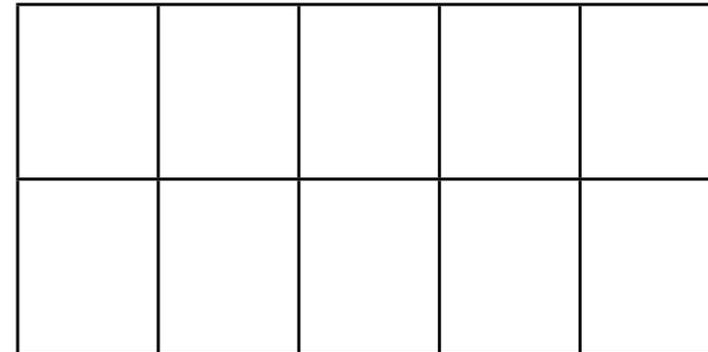


Activité 6

On donne la surface (1) ci-contre.

On veut évaluer son aire.

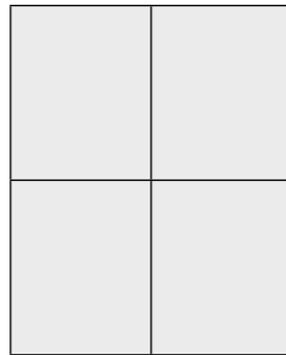
Pour cela, voici trois «aires-étalon»



aire-étalon u



aire-étalon x



aire-étalon y



- Exprimer l'aire de la surface (1) pour chacune des aires-étalon.
- Quelle remarque peut-on faire ?

Activité 7



* Version 1

Dans une baguette de bois de longueur 300 cm , on coupe un morceau de 85 cm et deux autres de 70 cm chacun.

- Sans procéder à aucun calcul, écrire la longueur de la baguette restante.

Calculer cette longueur.

* Version 2

Dans une baguette de bois de longueur a , on coupe un morceau de longueur x et deux autres de longueur t chacun.

Écrire la longueur de la baguette restante.

* Version 3

Dans une baguette de bois, on coupe un morceau de longueur x et deux autres de longueur z chacun. La longueur de la baguette restante est k .

Écrire la longueur de la baguette du départ.

Activité 8



Soit la longueur $4m + 3m \times 2$.

Écrire le texte d'un problème où cette longueur serait solution du problème posé.

Activité 9



Sur un camion vide ayant une masse de 3,2 t, on charge 81 caisses de 40 kg chacune.

- Sans procéder à un calcul, écrire la masse totale du camion chargé.
- Sans procéder à un calcul, écrire la mesure de la masse en tonnes du camion chargé.
- Calculer cette mesure.