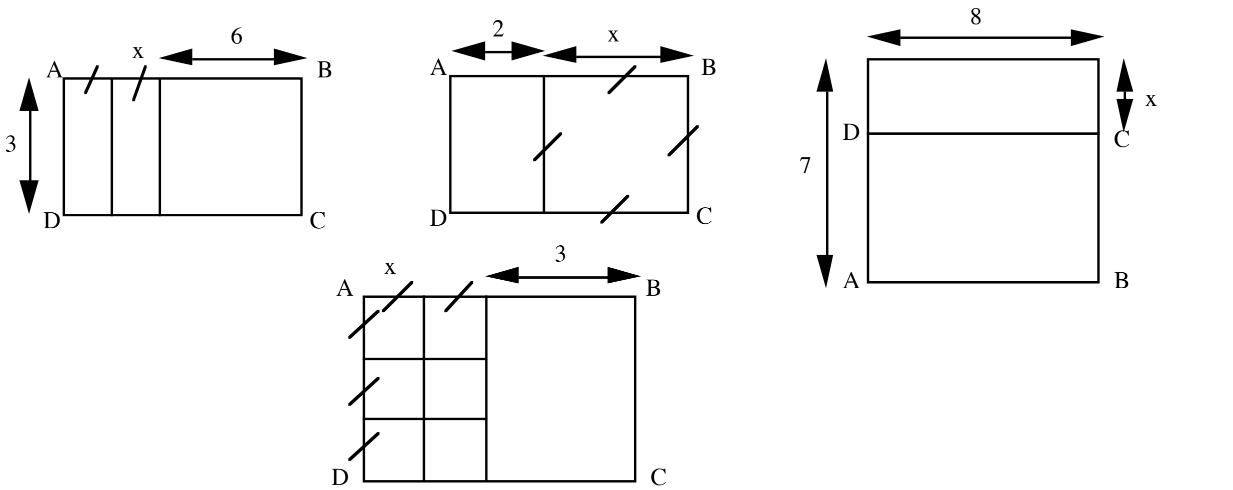
Activités diverses sur le calcul littéral (collège, lycée)

➤ **A1. a)** Traduire par une expression numérique chacune des phrases suivantes :
1) Le nombre A est la somme du nombre 3 et du produit du nombre x par 7.
2) Le nombre B est le produit de 5 par la différence de 12 et du nombre x.
3) Le produit de 6 par la somme du nombre x et de 2 est égal au nombre C.
b) Calculer les nombres A, B et C pour $x = 8$.
Décrire par une phrase chacune des expressions numériques suivantes :
$M = x + 7 \times 8$; $N = 3 \times (9 - x)$; $P = (7 + x) \times 8$; $Q = (8 - 3) \times (x + 2)$.
Calculer M, N, P et Q pour $x = 6$.

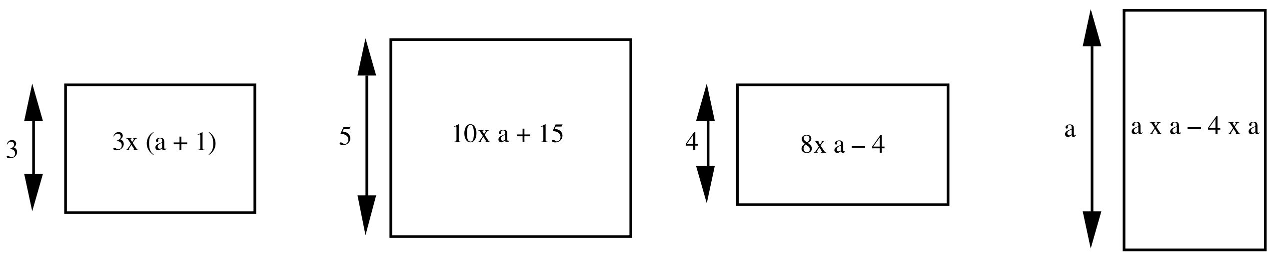
➤ **A2.** Décrire chacun des nombres suivants puis le factoriser, où x, y et s sont des nombres quelconques :
$A = 5 \times x + 5 \times y + 5 \times s$ $B = 12 \times y - 12 \times x$ $C = 8 \times x + 15 \times x \times y$
$D = 21 \times x - 14 \times y$ $E = 56 \times s - 40 \times s$ $F = 98 \times 100 + 98 \times 10 + 98 \times 3$.

➤ **A3.** Décrire chacun des nombres suivants puis le développer, où x, y et s sont des nombres quelconques :
$A = 5 \times (7 + s)$ $B = x \times (y + 9)$ $C = 5 \times (x + y + s)$ $D = 2 \times (x - y)$

➤ **A4.** Dans chacun des cas suivants, exprimer en fonction du nombre x et de plusieurs manières, la mesure de l'aire du rectangle ABCD :



➤ **A5.** Dans chaque cas ci-dessous, la mesure de l'aire du rectangle est indiquée à l'intérieur. Trouver la mesure de la deuxième dimension.



➤ **A6.** A. prétend que les expressions numériques A et B sont égales. A-t-il raison ? Justifier la réponse.
a) $A = 3 \times (x + 6) + 5 \times (x + 7)$; $B = 5 \times x + 24$.
b) $A = 3 \times x + 2 \times (x - 6) + 13$; $B = 5 \times x + 1$.
c) $A = 24 - 3 \times (x + 2) + 5 \times x$; $B = 2 \times x + 30$.

➤ **A7.** Les nombres A et B sont-ils égaux ? Justifier la réponse.
a) $A = 3(x + 6) + 5(x + 7)$; $B = 5x + 24$.
b) $A = 3x + 2(x - 6) + 13$; $B = 5x + 1$.

c) A = $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$; B = $\frac{1}{x(x+1)}$ ($x \neq -1$ et $x \neq 0$).

➤ **A8.** Voici une liste de six nombres : 3 ; 7 ; 10 ; 17 ; 27 ; 44.
Les deux premiers sont pris au hasard. Le troisième est la somme des deux premiers. Le quatrième est la somme du deuxième et du troisième. Et ainsi de suite.
a) Ajouter ces six nombres. Calculer le produit du cinquième nombre par 4. Que constate-t-on ?
b) Choisir deux autres nombres de départ et constituer une nouvelle liste de 6 nombres. Ajouter ces six nombres. Calculer le produit du cinquième nombre par 4. Que constate-t-on?
c) Démontrer que cette égalité est toujours vraie quels que soient les deux nombres de départ choisis.

➤ **A9.** La somme de deux entiers naturels pairs est-elle paire, impaire ou ni l'un ni l'autre ? Démontrer la réponse.

➤ **A10.** La somme de deux entiers naturels impairs est-elle paire, impaire ou ni l'un ni l'autre ? Démontrer la réponse.

➤ **A11.** Le produit de deux entiers naturels consécutifs est-il pair, impair ou ni l'un ni l'autre ? Démontrer la réponse.

➤ **A12.** La somme de trois entiers naturels consécutifs est un multiple de 3. Est-ce vrai ou faux ? Le démontrer.

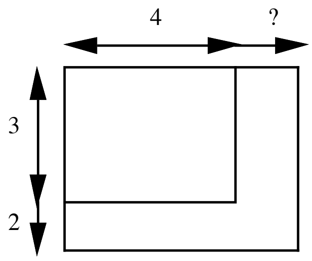
➤ **A13.** Deux nombres réels ont pour somme 300. De combien augmente leur produit si j'augmente chacun d'eux de 7 ? Démontrer la réponse.

➤ **A14.** Soit n un entier naturel strictement supérieur à 1. En prenant quelques valeurs de n, comparer $\frac{n-1}{n}$ et $\frac{n}{n+1}$. Quelle conjecture peut-on émettre ? Démontrer cette conjecture.

➤ **A15. a)** L'équation $\frac{x}{2} \times 8 + 2 \times (x + 5) = 16$ a-t-elle pour solution 8 ? 3 ? 5 ?
b) L'équation $(x + 5) \times x + 15 - x \times 12 = 3$ a-t-elle pour solution 5 ? 3 ? 7 ? 4 ?

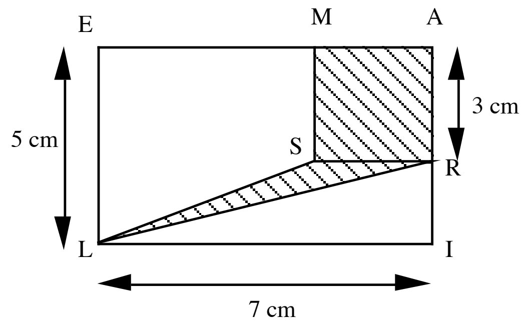
➤ **A.16 a)** La solution de l'équation $(x + 3) \times 5 + (x - 3) : 2 = 52$ est un nombre entier naturel inférieur à 10. Quel est ce nombre ?
b) La solution de l'équation $4 \times (2 \times x + 3) + (x + 2) \times 5 = 204$ est un nombre entier naturel compris entre 10 et 20. Quel est ce nombre ?

➤ **A.17** Un rectangle a pour dimensions 4 et 3 (exprimées dans la même unité). On augmente la mesure de sa largeur de 2 et celle de sa longueur d'un nombre inconnu ; on obtient un nouveau rectangle dont la mesure de l'aire est le triple de celle du rectangle précédent. De combien a-t-on augmenté la mesure de la longueur du premier rectangle ?



➤ **A18.** Trouver le nombre x dans chacun des cas suivants, en justifiant la démarche :
$x + 7 = 9$; $22 = x + 9$; $3 \times x \times 9 = 54$;
$2 \times x + 5 = 14$; $15 + 3 \times x = 27$; $6 \times 8 - 5 \times x = 12$.

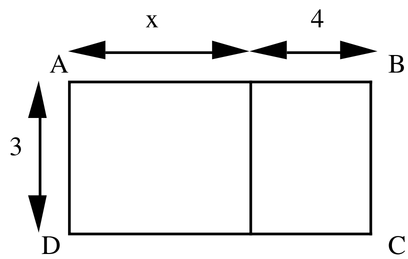
➤ **A19.** AILE et MARS sont deux rectangles. Le point M est situé sur [EA]. À quelle distance de A faut-il placer le point M pour que l'aire de la surface hachurée soit égale à la moitié de celle du rectangle AILE ?



➤ **A20. a)** La somme de 8 et du produit de x par 8 est 92. Calculer x.
b) Le produit de 5 par la somme de x et de 8 est égal à 175. Calculer x.
c) La différence entre le produit de 3 par x et 29 est égale à 159. Calculer x.

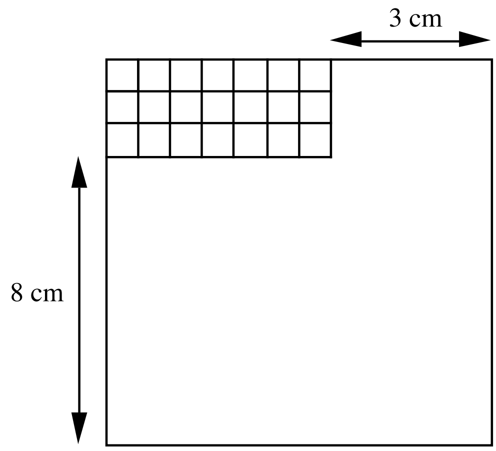
➤ **A21.** Pierre a à calculer la valeur de x dans la situation ci-contre où la mesure de l'aire du rectangle ABCD est égale à 31. Pierre traduit son problème par l'équation suivante :

$3 \times (x + 4) = 31$. Il commence à résoudre $x + 4 = \frac{31}{3}$. Pierre, rebuté par les fractions, ne sait plus continuer. Peut-on proposer une autre écriture de l'équation pour traduire le problème ?



➤ **A22.** Dans chaque cas déterminer le nombre auquel pense A.
a) A. pense à un nombre : le produit de la différence de ce nombre et de 9 par 3 est égal à 72.
b) A. pense à un nombre : la somme du produit de ce nombre par 9 et de 4 est égale à 37.
c) A. pense à un nombre : le produit de la somme de ce nombre et de 5 par 3 est égal à 27.

➤ **A23.** Mon oncle, qui est pêcheur et bricoleur, veut se fabriquer une boîte à pêche pour son petit matériel ayant les caractéristiques suivantes : 21 cases carrées pour les hameçons disposées en trois rangées comme sur le dessin ci-contre. Il veut que sa boîte soit carrée et ne sait pas quelle taille il faut donner aux 21 cases. Peut-on l'aider à construire sa boîte ?



➤ **A24.** Voici deux programmes de calculs. Pour chacun d'eux, effectuer la suite d'opérations sur quelques exemples. Quelles conjectures peut-on faire ? Les démontrer.
a) Choisir un nombre. Le multiplier par 7. Ajouter 5. Multiplier le résultat obtenu par 2. Ajouter 6 fois le nombre de départ. Retrancher 10.
b) Choisir un nombre. Le diviser par 2. Retrancher 5 au résultat. Multiplier le tout par – 4. Retrancher 20. Ajouter le nombre de départ au résultat.

➤ **A25.** Choisir un nombre dans ta tête. Le multiplier par 5. Ajouter 3 au résultat. Multiplier ce nouveau résultat par 2 puis ajouter 1.
Un magicien dit : « Dis-moi le résultat et en une seconde, je retrouve le nombre que tu as choisi ! ».

Faire plusieurs essais avec des nombres différents et trouver la méthode du magicien. La justifier.

➤ **A26.** À la fin de la journée, un caissier compte 4950 € dans sa caisse en billets de 10 € et de 100 €. Il constate qu'il a autant de billets de 100 € que de billets de 10 €. Quel est le nombre de billets de 10 € qu'il possède dans sa caisse ?

➤ **A27.** Décrire chacun des nombres suivants puis le factoriser, où x, y, et s sont des nombres réels quelconques :

$A = 5 \times x + 5 \times y + 5 \times s$; $B = 12y - 12x$; $C = 8x + 15xy$; $D = 21x - 14y$; $E = 56s - s$; $F = 2a^2 - (3a - \frac{1}{2}a)$.

Décrire chacune des expressions suivantes puis les développer :
$A = 5 \times (7 + s)$; $B = x \times (y - 9)$; $C = 5\ (x + y + s)$; $D = (y - 1)\ (4y - 2)$; $E = (3x - 8)(3x + 8)$.

➤ **A28.** Soit x un nombre réel. Soient les nombres :

$(x+3)^2$; x^2+9; x^2-6x+9; $(x+3)(x+3)$; x^2+6x+9; $(x+3)(x-3)$.
a) Quels sont les nombres égaux ?

b) Développer les expressions suivantes : $(x+7)^2$; $(x-0,5)^2$; $(2x+\frac{3}{2})^2$; $(\frac{2}{3}x-3)^2$.

➤ **A29.** Écrire les nombres suivants sans parenthèses et le plus simplement possible, où a, b, et x sont des nombres réels quelconques :
$A = a + 1 + (5 - a)$; $B = 7 + a - (b - a)$; $C = a - [7 - (a + 3)]$; $D = 4(2b + 5)$; $E = (3a - 5)\ (-4)$;
$F = 3a\ (2 - 5a)$; $G = -3\ (3a - 4) + 2a\ (a + 1)$; $H = 2\ (3a - 5) - (4c + 3) \times 6$; $I = (5a + 2)(6a + 4)$;
$J = (-4 + 3a)(3 - 2a)$; $K = (4x+4)^2-(-x-3)(5x-4)$; $L = 4(3x+6)(5x-1)-2(3x-6)^2$.

➤ **A30.** Factoriser les nombres suivants où x, y, a, b et c sont des nombres réels quelconques :
$A = 2x + 2y$; $B = bc + 2b$; $C = x^2 + xy$; $D = cx - x$; $E = 3x^2 - x$; $F = x^3 - yx^2$; $G = 12ab - 8ac$;
$H = 7x - 21y + 14$; $I = (x - 2)(x + 3) + (5 - x)(x - 2)$; $J = (x + 2)(x - 1) - 3(x + 2)^2$; $K = 49x^2-9$;
$L = 25x^2-90x+81$; $M = 3x^2+2\sqrt{3}x+1$; $N = (3x-1)^2-81$; $O = 3x^2-2$; $P = (5x-8)^2-(2x+9)^2$.

➤ **A31.** Soient x et y deux nombres réels tels que $x + y = 7$ et $xy = 4$. Calculer les nombres suivants.
$A = (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2$; $B = 2x(1 - y) - 2y(x - 1)$; $C = (x-y)^2-(x+y)^2$.

➤ **A32.** Développer les nombres suivants où x est un nombre réel quelconque :
$A=(x+1)^2$; $B=(x-0,2)^2$; $C=(x+\frac{3}{2})^2$; $D=(2x-3)^2$; $E=(\frac{-2}{3}x+\frac{1}{6})^2$; $F=(\frac{1}{3}x-3)(\frac{1}{3}x+3)$.

➤ **A33.** Soit a un nombre réel. Écrire les nombres suivants sans parenthèses :
$A = a + 1 + (5 - a)$; $B = 7 + a - (b - a)$; $C = a - [7 - (a + 3)]$; $D = 4(2b + 5)$;
$E = (3a - 5)\ (-4)$; $F = 3a\ (2 - 5a)$; $G = -3\ (3a - 4) + 2a\ (a + 1)$;
$H = 2\ (3a - 5) - (4c + 3)\ x\ 6$; $I = (5a + 2)(6a + 4)$; $J = (-4 + 3a)(3 - 2a)$.