

Atelier CORFEM 2017

Avec Vygotski : nombre, opération, calcul

GPC IREM de Toulouse

<https://gpc-maths.org>



« [...] : le langage, les diverses formes de comptage et de calcul, les moyens mnémotechniques, les symboles algébriques, les oeuvres d'art, l'écriture, les schémas, les diagrammes, les cartes, les plans, tous les signes possibles, etc. »

(L. S. Vygotski, La méthode instrumentale en psychologie, *Histoire du développement des fonctions psychiques supérieures*, p. 567)

« Le développement de la base psychique nécessaire à l'apprentissage scolaire des disciplines fondamentales ne précède pas le début de l'apprentissage mais s'effectue en liaison interne indissoluble avec lui, au cours de sa progression. »

(L.S. Vygotski, *Pensée & langage*, p. 346)

P1. Calculer les nombres suivants en indiquant toutes les étapes du calcul :

$$A = 3 \times 4 + 2$$

$$B = 15 - 2 + 3$$

$$C = 12 + 4 \div 2$$

$$D = 2 \times 3 + 5 \times 4 + 1$$

$$E = 15 + 3 - 2$$

$$F = 4 \div 2 + 12$$

$$G = 2 + 3 \times 4$$

$$H = 2 \times 3 + 1 + 5 \times 4$$

P2. Calculer les grandeurs suivantes en indiquant toutes les étapes du calcul :

$$A = 3 \text{ kg} \times 4 + 2 \text{ kg}$$

$$B = 15 \text{ m} - 2 \text{ m} + 3 \text{ m}$$

$$C = 12 \text{ g} + 4 \text{ g} \div 2$$

$$D = 2 \times 3 \text{ €} + 5 \times 4 \text{ €} + 1 \text{ €}$$

$$E = 15 \text{ m} + 3 \text{ m} - 2 \text{ m}$$

$$F = 4 \text{ g} \div 2 + 12 \text{ g}$$

$$G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$$

$$H = 2 \times 3 \text{ €} + 1 \text{ €} + 5 \times 4 \text{ €}$$

P3. Dans un sac (de masse nulle), on place un paquet de 2 kg de farine et 4 paquets de sucre de 3 kg chacun.

a) Sans calculer, écrire la masse totale du sac.

b) Calculer la masse totale du sac.

P4. Soit la grandeur $G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$. Écrire le texte d'un problème dans lequel la grandeur G est solution. Résoudre ce problème.

P1. Calculer les nombres suivants en indiquant toutes les étapes du calcul :

$$A = 3 \times 4 + 2$$

$$B = 15 - 2 + 3$$

$$C = 12 + 4 \div 2$$

$$D = 2 \times 3 + 5 \times 4 + 1$$

$$E = 15 + 3 - 2$$

$$F = 4 \div 2 + 12$$

$$G = 2 + 3 \times 4$$

$$H = 2 \times 3 + 1 + 5 \times 4$$

Pour le nombre G de l'activité P1, environ 31% des élèves le calculent correctement.

P2. Calculer les grandeurs suivantes en indiquant toutes les étapes du calcul :

$$A = 3 \text{ kg} \times 4 + 2 \text{ kg}$$

$$B = 15 \text{ m} - 2 \text{ m} + 3 \text{ m}$$

$$C = 12 \text{ g} + 4 \text{ g} \div 2$$

$$D = 2 \times 3 \text{ €} + 5 \times 4 \text{ €} + 1 \text{ €}$$

$$E = 15 \text{ m} + 3 \text{ m} - 2 \text{ m}$$

$$F = 4 \text{ g} \div 2 + 12 \text{ g}$$

$$G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$$

$$H = 2 \times 3 \text{ €} + 1 \text{ €} + 5 \times 4 \text{ €}$$

Pour la grandeur G de l'activité P2, environ 23 % des élèves la calculent correctement.

P3. Dans un sac (de masse nulle), on place un paquet de 2 kg de farine et 4 paquets de sucre de 3 kg chacun.

a) Sans calculer, écrire la masse totale du sac.

b) Calculer la masse totale du sac.

Pour l'activité P3, à la question **a)** environ 69 % des élèves répondent d'une façon que nous pourrions qualifier de « correcte » par des expressions diverses comme $2 + 4 \times 3$ ou $2 \text{ kg} + 4 \times 3$ ou $2 \text{ kg} + 4 \times 3 \text{ kg}$ (44 %), $4 \times 3 \text{ kg} + 2 \text{ kg}$ (4 %), $2 \text{ kg} + (4 \times 3 \text{ kg})$ ou $2 + (4 \times 3)$ (15 %) ou $(4 \times 3) + 2$ (6 %).

Environ 90 % répondent correctement à la question **b)**.

P4. Soit la grandeur $G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$. Écrire le texte d'un problème dans lequel la grandeur G est solution. Résoudre ce problème.

Pour l'activité P4, seuls 19 % des élèves répondent correctement, le texte de leur énoncé étant cohérent avec la grandeur G proposée.

$$G = 2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$$

$$G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4 = 5 \text{ kg} \times 4 = 20 \text{ kg}$$

② Dans un sac (de masse nulle), on place un paquet de 2 kg de farine et 4 paquets de sucre de 3 kg chacun.

- Sans calculer, écrire la masse totale du sac.
- Calculer la masse totale du sac.

a) $2 \text{ kg} + 4 \times 3 \text{ kg}$

b) $2 \text{ kg} + 4 \times 3 \text{ kg} = 14 \text{ kg}$

Soit la grandeur $G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$. Écrire le texte d'un problème dans lequel la grandeur G est solution. Résoudre ce problème.

J'ai un sac de 2 kg de farine et un sac de 3 kg.
Il me faut utiliser le même nombre de fois les sacs de sommes différentes. Combien de fois dois-je utiliser les sacs pour faire 20 kg?

$$2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4 = 20 \text{ kg}$$

Il me faut utiliser les sacs 4 fois :

$$2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4 = 20 \text{ kg}$$

Réponses de l'élève E1 aux activités P1, P2, P3, P4.

$$G = 2 + 3 \times 4$$

$$2 + 3 = 5 \quad 5 \times 4 = 20$$

Reponse 20

$$G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4 = 2 + 3 = 5$$
$$5 \times 4 = 20$$

Donc 20 kg.

② Dans un sac (de masse nulle), on place un paquet de 2 kg de farine et 4 paquets de sucre de 3 kg chacun.

- Sans calculer, écrire la masse totale du sac.
- Calculer la masse totale du sac.

$$2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$$
$$3 \text{ kg} \times 4 = 12 \text{ kg} + 2 = 14 \text{ kg}$$

Donc dans le sac il y a 14 kg

Soit la grandeur $G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$. Écrire le texte d'un problème dans lequel la grandeur G est solution. Résoudre ce problème.

J'achète 2 kg de pomme et 3 kg de patate.
J'en achète tous les jours au bout de 4 jours
Combien de kilo j'aurai de légumes et de fruit
On opère j'aurai $2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$ de fruit et légumes
calcul $2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} = 5 \text{ kg}$ $5 \text{ kg} \times 4 = 20 \text{ kg}$
J'aurai 20 kg de fruit et légumes au bout de 4 jours

Réponses de l'élève E2 aux activités P1, P2, P3, P4.

$$G = 2 + 3 \times 4 = 2 + 3 = 5 \times 4 = 20.$$

$$G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4 \quad 2+3=5=5 \times 4=20 \text{ kg}$$

② Dans un sac (de masse nulle), on place un paquet de 2 kg de farine et 4 paquets de sucre de 3 kg chacun.

a) Sans calculer, écrire la masse totale du sac.

b) Calculer la masse totale du sac.

A) La masse du sac est de 14 kg.

$$\begin{array}{r} \text{B)} \quad 2 \\ + (3 \times 4) \\ \hline 14 \text{ kg.} \end{array}$$

Soit la grandeur $G = 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} \times 4$. Écrire le texte d'un problème dans lequel la grandeur G est solution. Résoudre ce problème.

Alexis achète 2 kg de carottes + 3 kg de choux en prime, donc il en achète 4 paquets. Combien de kg aura-t-il ?

$$\begin{array}{c} \square + \square + \square + \square = 14 \text{ kg} \\ \text{2 kg} \end{array}$$

Alexis achète 14 kg de légumes.

« [...] la caractéristique la plus décisive qui distingue les concepts spontanés des concepts non spontanés, en particulier scientifiques, c'est qu'ils se présentent en dehors d'un système. »

(L.S. Vygotski, *Pensée & langage*, p. 318)

« Si l'on désigne les propriétés du concept qui viennent à maturité plus tôt, qui sont plus élémentaires, plus simples, comme des propriétés inférieures et celles plus complexes et liées à un maniement conscient et volontaire, comme des propriétés supérieures, on pourrait dire conventionnellement que le concept spontané de l'enfant se développe de bas en haut, des propriétés plus élémentaires et inférieures aux propriétés supérieures, alors que les concepts scientifiques se développent de haut en bas, des propriétés plus complexes et supérieures aux propriétés plus élémentaires et inférieures. »

((L.S. Vygotski, *Pensée & langage*, p. 368)

« Un nouveau stade de généralisation ne peut apparaître que sur la base du précédent. Une nouvelle structure de généralisation a pour source non pas une nouvelle généralisation directe des objets à laquelle procéderait la pensée mais la généralisation des objets généralisés dans la structure précédente. Elle apparaît en tant que généralisation de généralisations et non pas simplement comme nouveau mode de généralisation d'objets singuliers. Le précédent travail de la pensée, qui s'est traduit dans les généralisations dominant au stade précédent, n'est pas annulé, n'est pas perdu mais s'intègre à titre de prémisse nécessaire dans le nouveau travail de la pensée. »

(L.S. Vygotski, *Pensée & langage*, p. 391)

« La substance de cette loi est que tout concept peut être désigné à l'aide d'autres concepts selon un nombre infini de procédés.

(L.S. Vygotski, *Pensée & langage*, p. 391)

Sur un marché, j'achète 2,5 m de tissu à 6 € le mètre et 2 bobines de fil à 3,5 € l'une.

- On opère : sans calcul, le prix total est $6 \text{ €} \times 2,5 + 3,5 \text{ €} \times 2$.

Calcul : $6 \text{ €} \times 2,5 + 3,5 \text{ €} \times 2 = 15 \text{ €} + 7 \text{ €} = 22 \text{ €}$.

Ou, si le calcul s'effectue en nombre d'euros,

$$6 \times 2,5 + 3,5 \times 2 = 15 + 7 = 22.$$

Soit la longueur $4m \times 5 + 3m \div 2$. Écrire le texte d'un problème où cette longueur serait solution du problème posé.

On remplit à moitié 8 verres d'une contenance de 6 cl avec une bouteille d'eau de 75 cl. Sans aucun calcul, écrire le volume d'eau qui reste dans la bouteille. Sans aucun calcul, écrire la mesure du volume restant dans la bouteille en cl. Calculer cette mesure.

Sur un marché, j'achète 0,350 kg d'olives à 12,80 € le kg et 2,4 kg d'oranges à 1,9 € le kg. Je donne un billet de 20 €. Combien va-t-on me rendre ?

<https://gpc-maths.org>