

UNE ACTIVITÉ EN CLASSE DE CINQUIÈME

I. Présentation

Voici une activité que nous avons expérimentée en classe et qui s'inspire de notre lecture de l'œuvre de Vygotski. Elle a été donnée dans deux classes de cinquième du collège V. Hugo de Carmaux, au cours de l'année scolaire 2003-2004.

Énoncé

Voici un certain nombre d'expressions numériques. Sans les calculer, regroupe-les en énonçant clairement et par écrit les raisons de tes choix.

$$\begin{aligned} A &= 21 - 17 + 7 ; & B &= 2 + 5 \times 3 ; C = (21 - 7) + 17 ; \\ D &= (2 + 5) \times 3 ; & E &= 21 + 17 - 7 ; F = (17 + 7) - 21 ; \\ G &= 2 \times 5 + 3 ; & H &= 21 - (17 - 7) ; I = 3 + 2 \times 5 ; \\ J &= 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 ; & K &= 21 \times 17 + 7 ; L = 3 + 2 \times 2 + 3 ; \\ M &= (2 \times 5) + 3 ; & N &= 3 + 2 \times (2 + 3) ; O = (21 - 17) + 7. \end{aligned}$$

La recherche s'est d'abord effectuée individuellement. Chaque élève a écrit sur une feuille ses choix de regroupements en les justifiant. Puis, la recherche s'est poursuivie à deux, puis à quatre avec chaque fois, une production écrite. Chaque groupe a présenté ses choix. Un débat a suivi.

Cette activité a été proposée lors d'une séquence sur la "lecture numérique" où nous avons rappelé les significations des mots, opérations, termes, facteurs, somme, différence, produit. Plusieurs exercices avaient déjà été cherchés en classe, durant les séances précédentes où nous avons insisté sur la signification donnée aux signes dans l'écriture des nombres. Nous avons longuement tenté d'expliquer pourquoi le nombre $2 + 3 \times 5$ devait être lu comme une somme et que $(2 + 3) \times 5$ était un produit. De plus, les quatre exercices suivants avaient, entre autres, été traités.

6 : Les quadrilatères AIJB, BJDC, DEFJ et HGFJ sont des rectangles.

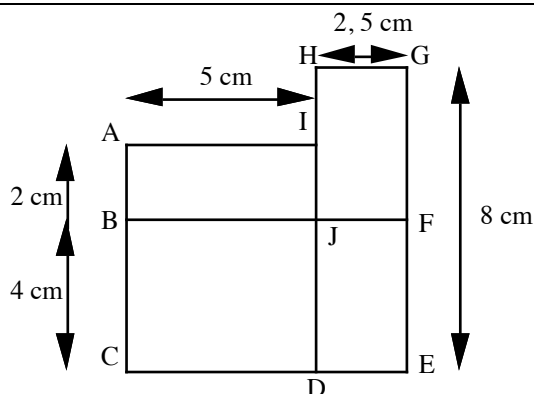
a) Pour chacun des calculs suivants, identifier la figure dont on a calculé les mesures de l'aire ou du périmètre puis effectuer les calculs indiqués.

$$A = 5 \times (4 + 2) ; \quad B = 2,5 \times 8 + 5 \times 4 ;$$

$$C = 8 \times (5 + 2,5) - 5 \times (8 - 2 - 4) ;$$

$$D = 5 \times 2 + 2 \times 2 ; \quad E = (4 + 5 + 2,5) \times 2.$$

b) Calculer la mesure de l'aire et celle du périmètre des figures ABFGHI, AIHGEDJB, ACDJFGHI.



7 : Samedi matin, au supermarché, Julien a acheté 4 pâtisseries à 1, 10 € l'une, 3 cahiers identiques de même prix. On lui a rendu 7 € lorsqu'il a donné un billet de 5 € et un billet de 10 €. Sans effectuer de calcul, quelle ou quelles expressions numériques sont égales au prix en euros d'un cahier ? Quel est ce prix ? $A = 10 + 5 - 7 - 4 \times 1, 10 \div 3$;
 $B = 10 + 5 - (7 - 4 \times 1, 10) \div 3$; $C = (10 + 5 - 7 - 4 \times 1, 10) \div 3$;
 $D = (10 + 5 - 7) - (4 \times 1, 10) \div 3$; $E = [(10 + 5 - 7) - (4 \times 1, 10)] \div 3$.

8 : Compléter l'expression « 3 ... 3 ... 3 ... 3 » avec une ou plusieurs des quatre opérations, et des parenthèses, si nécessaire, de façon à obtenir tous les nombres entiers de 0 à 10.

9 : a) Traduire par une expression numérique chacune des phrases suivantes :
Le nombre A est la somme de 3 et du produit de 2 par 7.
Le nombre B est le produit de 5 par la différence de 12 et de 7, 5.
Le produit de 6 par la somme de 7, 2 et de 2 est égal au nombre C.
Calculer A, B et C.
b) Traduire par une phrase chacune des expressions numériques suivantes :
 $M = 7 + 7 \times 8$; $N = 3 \times (9 - 2, 5)$; $P = (7 + 9) \times 8$;
 $Q = (8 - 3) \times (4, 5 + 2)$.
Calculer M, N, P et Q.

II. Analyse des réponses

Si on analyse les réponses de nos élèves lors de la recherche individuelle, on constate qu'une réponse apparaît majoritairement. Elle est formulée à peu près ainsi : « J'associe A et E car il y a les mêmes nombres et les mêmes signes (ou des signes différents) ». Dans une classe (25 élèves), elle est la seule réponse donnée par 60 % des élèves ; dans l'autre (23 élèves), par 61 % des élèves.

Comment interpréter ces réponses ?

II.1. Pensée par complexes, pensées par concepts chez Vygotski

Ici les concepts développés par Vygotski de "pensée par complexes" et "pensée par concepts", nous permettent peut-être de mieux analyser ces réponses.

Selon L.S. Vygotski, le développement des concepts se déroule selon un processus liant indissociablement leurs évolutions structurelles et fonctionnelles et suivant une histoire particulière à chaque individu. L.S. Vygotski, distingue trois phases dans le processus de développement des concepts : la pensée syncrétique, la pensée par complexes, la pensée par concepts. Chaque phase du processus correspond à un acte de généralisation qui se génère dans les précédentes, les prolonge, sans s'y substituer. Les moyens de catégorisation fournis par le langage y jouent un rôle indispensable. Les relations entre pensée et langage correspondent d'abord à des liens directs entre les mots et ce qu'ils désignent : des objets sont réunis sur la base de liaisons plus ou moins objectives entre certaines de leurs propriétés. Cette particularisation s'actualise par l'organisation et la systématisation de l'expérience. Ainsi le sens des mots se

complexifie et leur emploi remplit des fonctions différentes tout au long du processus de développement.

Exemple : les concepts de nombre, d'opération, ou de grandeur n'existent pas l'un sans l'autre, se comprennent et se construisent en lien les uns avec les autres. Ils ne sont pas perçus, pensés, utilisés de la même façon par un même individu selon l'âge ou le contexte. Et deux élèves de même âge et suivant le même enseignement ne connaîtront pas des « expériences-déclat » ou sauts de conceptualisation au même moment.

La pensée par complexes correspond au comportement de l'enfant et reste efficiente au quotidien chez l'adulte. Les objets réunis en complexes ne le sont plus uniquement sur la base de liaisons subjectives liées à l'impression comme dans la pensée syncrétique, mais sur des liaisons objectives réelles, concrètes, de fait, découvertes par l'enfant. La pensée par complexes est cependant différente de la pensée par concepts. Le complexe, en lien direct avec ce qu'il représente, est peu systématisé et non unifié. Il repose en effet sur des liaisons variées, concrètes, intuitives et empiriques, entre ses divers éléments, aucune d'entre elles n'ayant plus d'importance que les autres.

Exemple : un enfant peut regrouper des objets dans un même complexe, parce qu'ils ont la même couleur, la même forme ou les mêmes dimensions, ou par tout autre lien objectif perçu par lui. Une seule et même chose peut alors entrer dans des complexes différents.

Les mots indiquent les mêmes objets ou phénomènes concrets que pour les adultes mais n'ont pas la même signification car ils ne sont pas pensés de la même façon : leur fonction est de désigner les objets réunis en complexes (comme des noms de famille), de communiquer et non de réaliser l'idée.

Exemple : le mot « droite », dans une pensée par complexes, évoque un trait. Dans une pensée par concepts, il évoque un objet géométrique idéal.

Les éléments réunis en complexes ne sont pas assez abstraits et restent trop dépendants de l'expérience initiale. Ils ne peuvent se structurer en système, ce qui compromet de fait les enchaînements d'idées.

La pensée par complexes fonctionne par mobiles extrinsèques.

Exemple : en classe, un élève peut très bien, dans une situation donnée, résoudre un problème correctement, ce qui peut faire penser que le concept est maîtrisé. Mais, il peut ne pas être capable de résoudre le même problème dans un contexte différent, souvent sans que l'adulte ne comprenne pourquoi. La réaction face à une situation, un problème, est ici davantage liée à un souvenir concret (c'est comme quand j'étais assis à côté d'Ewan ; le prof avait un pull rouge ce jour-là ; ...) qu'à la reconnaissance d'un concept utilisé de façon consciente et volontaire. On serait plutôt en présence d'un pseudo-concept (complexe particulier).

II.3. Un éclairage possible des réponses par le modèle historico-socio-culturel de Vygotski

Dans l'activité présentée précédemment, il nous semble que les élèves qui donnent comme seule réponse « J'associe A et E car il y a les mêmes nombres et les mêmes signes (ou des signes différents) » manifestent une pensée par complexes. Ces regroupements sont effectués uniquement sur le mode perceptif. La signification des expressions n'est pas lue. B, G... ne sont pas comprises comme des sommes, mais comme des expressions où figurent les mêmes signes (perception). Dans ces conditions,

la question de l'égalité entre ces nombres, par exemple, ne peut pas se poser.

Lors du débat, nous nous sommes interrogés sur la signification du verbe lire. Nous avons alors proposé l'activité suivante :

Voici un certain nombre de mots. Regroupe-les en énonçant clairement et par écrit les raisons de tes choix.

Hôpital

Hospitalier Chat Hospitalité Souris.

Oralement les élèves ont immédiatement proposé les regroupements suivants : Hôpital, Hospitalier, Hospitalité et Chat, Souris.

Nous leur avons demandé de tenter d'imaginer ce qu'auraient pu répondre les élèves qui avaient répondu « J'associe A et E car il y a les mêmes nombres et les mêmes signes (ou des signes différents) », dans ce nouveau contexte. Après quelques minutes de recherche, quelques visages d'élèves se sont éclairés : "Ils auraient sans doute répondu qu'ils associaient hôpital et chat parce qu'ils utilisaient le "a" dans leurs écritures." Et un autre de continuer « Mais alors, ceux qui ont répondu "J'associe A et E..." n'ont pas vraiment lu les expressions numériques. » Nous avons donc été conduits à nous interroger sur le sens du verbe "lire".

Nous avons alors proposé une définition du verbe lire : "lire c'est donner une signification à des signes." Nous avons fait remarquer que dans l'activité concernant le regroupement de mots, les élèves avaient réellement lu les mots. Leurs regroupements étaient justifiés par des relations de sens qui se tissaient entre ces mots, selon leur racine commune ou des relations alimentaires. Par contre, avec les nombres, pour la majorité d'entre eux, leur "lecture" (qui n'en est pas vraiment une, au sens défini précédemment) avait été purement perceptive. Le sens des expressions ne semblait pas faire lien. Il n'y avait aucune prise de recul par rapport à ce que leurs yeux percevaient.

Après ces discussions, nous avons repris l'activité de regroupements avec les nombres. Les regroupements proposés, après une dizaine minutes de recherche, ont été alors différents, pour une part, de ceux donnés avant le débat. Les sommes ont pu être regroupées par certains groupes, les nombres égaux aussi, le seul produit de la liste a été remarqué. Un débat s'est aussi engagé sur l'usage des parenthèses. Le nombre A a pu être lu comme la somme de la différence de 21 et de 17 et de 7...

III. Une première conclusion partielle et rapide

Cette activité nous semble mettre en évidence une question importante. L'élève qui ne sait pas "lire", au sens donné précédemment, une expression numérique comme $2 + 3 \times 5$ pourra-t-il lire une expression comme $2 + 3x$? Cela nous semble difficile. La lecture de $2 + 3x$ "généralise" la lecture de $2 + 3 \times 5$. Et la lecture de $2 + 3 \times 5$ ne peut s'effectuer que si les concepts de somme et produit, en particulier, sont maîtrisés.

À ce sujet, l'enseignement des "priorités opératoires" tel qu'il est présenté dans les programmes nous semble problématique. La question de savoir quelle "opération " est à effectuer en premier focalise l'attention sur les signes et non sur le sens de l'expression. Elle paraît renforcer la pensée par complexes. Et, sans doute, créer des difficultés pour la lecture des expressions littérales.