

Introduction à aire et périmètre en 6^{ème}


Objectifs et contenu

Dans le cadre des objectifs généraux et du quotidien, les objectifs spécifiques de cette activité sont :

- introduire les notions d'aire et périmètre en 6^{ème}
- favoriser la construction du sens des figures et des grandeurs.

L'exercice est le suivant :

Quelle est la plus grande des deux figures représentées ci-dessous ? Justifie ta réponse.



The image shows two figures side-by-side. On the left is a simple rectangle. On the right is a complex, irregular shape with multiple protrusions and indentations, resembling a stylized flower or a decorative element. The question asks which one is larger and to justify the answer.

Analyse a priori

Cette activité se situe dans le contexte où seule la notion de longueur a déjà été travaillée en 6^{ème}. Celles de périmètre et d'aire n'ont pas été précisées depuis le CM2.

Elle est donc l'occasion :

- de faire émerger et confronter différents points de vue et analyses
- de permettre à chacun de faire évoluer son idée et ses représentations
- de montrer l'impact des représentations et le rôle essentiel de la lecture de la situation sur les réponses

Suite aux échanges, il est attendu que les élèves formulent que « une figure est plus grande qu'une autre » n'a pas de sens, ce qui permettrait de favoriser la distinction entre aire, périmètre, figure, et de façon plus générale entre grandeur et figure.

Ces notions n'ayant pas été explicitées jusqu'alors, il se peut que nombre d'élèves ne les évoquent pas, qu'un vocabulaire concret soit davantage utilisé (notions de plus grand/petit, de plus/moins de place, on ne peut pas mesurer), que l'idée de surface amalgamée à celle d'aire émerge. La nécessité d'un vocabulaire spécifique et précis se fera alors peut-être sentir et en sera mieux comprise, ce qui permettrait aussi de travailler sur la notion de figure et favoriserait la discrimination entre grandeur et figure.

Mise en œuvre et analyse

Cette activité s'est déroulée dans trois classes de 6^{ème} d'un effectif total de 65 élèves dans le courant du premier trimestre de l'année scolaire 2004-2005. Dans un premier temps, le travail s'est effectué seul et à l'écrit (10 minutes environ), puis à deux (15 minutes environ), et en classe entière (15 minutes environ). Aucune consigne supplémentaire n'a été donnée.

Les élèves se sont volontiers impliqués dans l'activité, le questionnement les ayant séduits. Voici la répartition des réponses

A l'issue de la réflexion individuelle ...	A l'issue de l'échange en binôme ...
28 % ont répondu que la figure 1 est la plus grande	44 % des 28 % ont répondu que la figure 1 est la plus grande
	6 % des 28 % ont répondu que la figure 2 est la plus grande
	50 % des 28 % ont répondu qu'aucune des deux n'est la plus grande ou qu'on ne peut pas savoir
40 % ont répondu que la figure 2 est la plus grande	19 % des 40 % ont répondu que la figure 1 est la plus grande
	31 % des 40 % ont répondu que la figure 2 est la plus grande
	50 % des 40 % ont répondu qu'aucune des deux n'est la plus grande ou qu'on ne peut pas savoir
32 % ont répondu qu'aucune des deux n'est la plus grande ou qu'on ne peut pas savoir	5 % des 32 % ont répondu que la figure 1 est la plus grande
	5 % des 32 % ont répondu que la figure 2 est la plus grande
	90 % des 32 % ont répondu qu'aucune des deux n'est la plus grande ou qu'on ne peut pas savoir

Environ la moitié des binômes ne citent pas les mots aire ou périmètre. Ils préfèrent alors les expressions « ça prend plus/moins de place », « c'est plus grand/petit », « c'est plus long/court ».

Une première analyse :

Une première lecture des résultats :

- montre que la figure 2 est perçue comme étant la plus grande a priori (40 % des élèves contre 28 % pour la figure 1) et que la figure 1 est perçue comme étant la plus grande suite à l'échange (22 % des élèves contre 15 % pour la figure 2) : *le critère du périmètre a été privilégié à celui de l'aire avant discussion, et celui de l'aire a été davantage retenu après discussion, plus ou moins explicitement.* En effet, la figure 2 a été perçue a priori comme plus complexe, moins simple, et donc plus grande ;
- peut amener à penser que *les élèves ont une relative bonne maîtrise des notions de figure, d'aire et périmètre* : environ un tiers des élèves (32 %) a apparemment dès le début lu la situation avec du recul (« on ne peut pas savoir car on n'a pas assez d'informations » ou « on ne peut pas savoir car ça dépend si c'est en aire ou périmètre ») et seulement 2 d'entre eux a changé d'avis, ceux qui avaient privilégié un des deux critères (périmètre ou aire) ont majoritairement évolué, pour 50 % d'entre eux, vers une analyse plus abstraite.

Une deuxième analyse :

Des idées qui évoluent

Certains élèves ayant choisi la même figure à l'issue de la réflexion individuelle, ont choisi l'autre en binôme. D'autres ayant choisi individuellement soit la même figure, soit des figures

différentes, ont finalement répondu en binôme que l'on ne peut pas savoir. D'autres encore n'ayant choisi aucune des deux dès le départ ont fait évoluer leur argumentation. Dans ces cas, *l'échange a permis à chacun d'exploiter davantage son idée au point où aucune des deux idées d'origine n'a parfois été retenue* (annexe 2).

Des arguments et des critères très différents

Les considérations étaient du genre « si on déplie, ça prend plus de place », « elle rentre dans l'autre figure », « la figure fait une vague », « on ne peut pas savoir à l'œil nu », « si je déplie la figure 2, ça fera un rectangle comme la figure 1 », « la figure 2 a des trous », « si on colorait, on utiliserait plus de peinture », « à l'œil nu, on ne peut pas calculer le périmètre », « les deux figures n'ont pas la même forme », « si on emboîte la figure 2 dans la figure 1, il reste du blanc », « si on met de la peinture, elle en utilise plus », « si on déplie horizontalement, c'est plus long », « si on mettait une ficelle autour, ça serait plus grand », « on ne peut pas calculer les longueurs » : selon les personnes, selon que la réflexion a été individuelle ou à deux, l'un ou l'autre des arguments et des critères était retenu pour faire son choix.

Une lecture concrète de la situation qui révèle des concepts non maîtrisés

Le langage utilisé évoque très majoritairement une *lecture concrète de la situation*, ce qui est significatif d'une pensée par complexe : les concepts de figure et de grandeur ne sont pas complètement abstraits, pas maîtrisés.

En revanche, on peut penser que l'élève qui répond « on ne peut pas savoir à l'œil nu » ou « ça dépend si on les compare en aire ou en périmètre » a un meilleur développement conceptuel. Cependant, on peut constater que parmi eux, certains ont finalement choisi une des deux figures suite à l'échange en binôme (10 % d'entre eux), ou ont utilisé (la grande majorité) un vocabulaire concret, ou n'ont retenu qu'un seul critère (« on ne peut pas savoir car on ne peut pas calculer le périmètre ») pour justifier : *les concepts de figure et de grandeur ne sont pas aussi abstraits et maîtrisés qu'on pourrait le penser de prime abord*, ce qui est significatif d'une pensée par pseudo-concept.

Une seule élève a justifié en utilisant exclusivement un vocabulaire mathématique. Même ceux ayant les analyses les plus justes du point de vue mathématique ont utilisé un langage concret : cela peut aussi s'expliquer par le fait que les élèves manquent de connaissances et de mots.

Il est fréquent, environ 50% des cas, que les élèves ayant répondu qu'aucune des deux n'est la plus grande n'aient pas utilisé les mots « aire » et « périmètre », ou n'aient utilisé qu'un des deux. De plus, suite aux deux premières phases de réflexion, uniquement 63 % des élèves ont perçu que « une figure est plus grande qu'une autre » n'a pas de sens et uniquement 46 % des élèves ont fait évoluer leur point de vue. Il a fallu attendre le débat en classe entière pour que paraisse évidente à tous les élèves l'idée que « plus grand/petit » n'a que peu de sens dans ce contexte, et pour montrer le déficit en précision et/ou en efficacité de certaines formulations.

Bilan

Un repérage facilité du niveau des élèves

Les réponses obtenues, et surtout leurs évolutions, montrent, comme on pouvait s'y attendre en classe de 6^{ème}, que les élèves ont encore majoritairement une pensée concrète concernant les figures et les grandeurs. Mais elles mettent en évidence que des élèves qui en ont a priori une meilleure maîtrise (ayant donné une réponse plus juste du point de vue mathématique) *n'ont pas le développement conceptuel supposé*.

Cela a donc permis de *repérer les individus* qui malgré les apparences, ont encore besoin d'une attention particulière.

Une évolution des pensées individuelles, un développement conceptuel et un apprentissage favorisés

Cette activité a aussi permis de faire émerger et confronter les différences de point de vue et par là de bien mettre en évidence la distinction aire/périmètre. Ceci a certainement favorisé *l'évolution des pensées individuelles vers plus d'abstraction* pour la moitié des élèves, dans les cas où l'unicité du critère a été abandonnée, et en cela a peut-être contribué à créer des zones de proche développement des concepts de grandeur et de figure.

Les notions abstraites d'aire et périmètre ont finalement été introduites à partir de connaissances très concrètes. En effet, faute d'outils nouveaux, les élèves ont pensé avec les connaissances très variées qu'ils possédaient, les ont réinvesti, formulé. Cela a permis de ne pas abstraire à partir de rien, donc de privilégier *la conservation et la construction du sens*, et de donner de la légitimité à l'étude de notions abstraites.

Cette activité a aussi fait émerger lors du bilan en classe entière la *nécessité de connaître un langage commun et plus abstrait* (« moins rattaché à la figure, parce que c'est pas pratique pour expliquer ») pour s'exprimer et argumenter.

Cette année-là, l'apprentissage des grandeurs a été facilité, et les erreurs du type $ABCD = 20 \text{ cm}$ ou $ABCD = 20 \text{ cm}^2$ ont été beaucoup moins constatées. De plus, les élèves ont réussi avec davantage de questionnement et de pertinence *les résolutions de problèmes* où intervenaient les grandeurs (« $7 \text{ m} \times 5 \text{ m}$, c'est une aire ; $7 \text{ m} + 5 \text{ m}$, c'est une longueur ... ; $35 \text{ m}^2 : 7 \text{ m}$, c'est une longueur ... »).

La distinction grandeur/figure reste à clarifier

Cependant, la distinction aire/surface n'a pas été comprise par beaucoup puisque « on voit bien qu'on parle de la même chose, c'est la place que ça occupe » : on n'a pas réussi à clarifier la différence entre grandeur et figure.