Stage PAF
2008 - 2009

Séquence d’introduction au calcul littéral

26 et 27 mars 2009

La difficulté de l'enseignement de l'algèbre élémentaire n'est plus à démontrer tant les travaux et constats sur ce thème sont abondants : depuis Kucheman (1979) en passant pas Booth (1981), Kieran, Sfard…

Question.

x+y+z=x+p+z. Est-ce vrai : toujours/jamais/quelquefois, quand… ?

(T, 15 ans).

T : Ça ne sera jamais vrai.

I : Jamais ?

T : Non jamais, parce que ça aura "toujours des valeurs différentes... parce que p doit être différent de y et des autres valeurs, donc ça ne sera jamais vrai.

I : Donc p doit avoir une valeur différente... pourquoi dis-tu ça ?

T ; Bien ! S'il n'était pas différent, alors on n'aurait pas p, on aurait y. Vous voyez on a une lettre différente pour chaque valeur différente.

(J, 13 ans).

J : (En réponse à la suggestion que p pourrait être égal à y). C'est un peu inutile, parce que vous n'aurez sûrement pas ce cas.

I : Qu'est-ce qu'on n'aurait pas ?

J : Vous n'aurez pas— deux lettres pour un nombre.

(M, 13 ans).

M : Mais si y et p étaient les mêmes, vous auriez pensé qu'ils auraient mis x, y et z à la place de x, p etc…

(Tr, 15 ans, justifie son opinion selon laquelle y et p auraient des valeurs différentes).

Tr : ... y ne peut pas être égal à p.

I ; Oh ! Je vois, donc utilisant des lettres différentes...

Tr ; ... veut dire qu'elles représentent des quantités différentes.

I : Ah oui, je vois. Et sont-elles toujours différentes ?

Tr ; Je les ai toujours trouvées différentes. Je n'ai jamais rencontré un cas ou elles étaient identiques.

I : Donc différentes lettres représentent toujours des valeurs différentes ? Et à propos du graphique y = x ? Sont-eiles différentes ?

T : Ah, mais ça c'est autre chose. Ce sont des graphiques, ce n'est pas de l'algèbre. On peut avoir y = x en graphique.

Ce constat étant posé, il reste à essayer de comprendre ce qui peut être mis en place pour faciliter cet apprentissage aux élèves.
Ce qui semble en particulier évident est que faire aborder l'algèbre par son niveau le plus abstrait (calcul littéral) situe l'apprentissage à un niveau trop éloigné «des connaissances réelles» de l'élève, faute d'avoir une architecture préalable (ensemble de liens) et un enracinement dans ses «concepts quotidiens».

L'abord direct du calcul littéral, sans créer de structure, sera au mieux perçu comme une «boite noire» pouvant permettre d'opérer artificiellement et superficiellement dans quelques cas «prototypiquement» scolaires.

[Un exemple classique en troisième est l'utilisation systématique de la mise en équation d'un problème même si celui-ci ne la nécessite pas.]

La maîtrise du calcul algébrique permet l'extension de la pensée de l'élève et en retour permet de mieux comprendre la notion de nombres et d'opérations…

Deux exemples

- **Construction des nombres relatifs, en particulier le produit de deux négatifs**
- **Le travail de démonstration : très souvent, pour élaborer une démonstration, il faut passer par un «exemple générique» qui permet ensuite de «généraliser»**

La compréhension de l'algèbre élève à un niveau supérieur sa pensée arithmétique.