Quelques considérations sur l'enseignement des priorités opératoires en classe de 5e

- La présentation habituelle de ce que les programmes appellent les "règles de priorités" oblige les manuels à écrire une "règle" du type : « Dans un calcul avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses. » Ce qui pose un problème pour le calcul suivant :
soit $A = 3 \times (4 + 7) + 3 \times 5$.
Supposons qu'un élève écrive $A = 3 \times (4 + 7) + 15$. La règle écrite plus haut contraint le professeur à invalider cette démarche. La validité de cette règle écrite en ces termes pose une difficulté.

- La deuxième concerne le développement des concepts : ces "règles de priorités" **renforcent une pensée perceptive, par complexes.** J'ai vu le signe ×, j'effectue d'abord ce calcul, j'ai vu des parenthèses… Et que voit-on dans $3 + 2x$? D'où une difficulté à généraliser… (Vygotski, développement des concepts)

Tout concept est une forme de généralisation. Mais il existe plusieurs formes de généralisation. Vygotsky en distingue plusieurs… Prenons l'exemple du concept de "rond" : sous ce nom sont d'abord rassemblés des objets comme des disques, des boules, des cerceaux (pensée par complexes). Pour l'enfant, ce sont des ronds, rond est entendu comme un nom de famille à tous ces objets. Ils n'ont pas d'autres liens entre que ceux liés perception. Mais si l'on demande une définition de ce mot "rond", l'enfant en est encore incapable. À l'école, il peut apprendre que les "ronds" sont des cercles, il peut même utiliser le mot cercle à bon escient. Dans sa pensée, cela reste un "rond". Cela explique le fait qu'en général, très peu d'élèves de sixième ne sont capables de conceptualiser le cercle ("c'est une ligne fermée courbe..."). Et que peu sont capables de lier un énoncé comme : "soient quatre points A, B, C et D tels que AB = AC = AD = 3 cm " avec une cercle de centre A et de rayon 3 cm (pensée par concepts, catégorisation par un trait distinctif unique)… Pensée par concept, pensée par complexe

Le complexe est défini comme un mode de généralisation : c'est l'antécédent du concept. Les recherches de Vygotski en dégagent cinq formes fondamentales dans le développement de la pensée enfantine. La dernière forme, qu'il a appelée pseudo-concept "est un pont jeté entre la pensée concrète, par images intuitives et la pensée abstraite de l'enfant." La pensée par complexes constitue une première racine dans l'histoire du développement des concepts et "dans la vie de tous les jours notre pensée opère aussi très souvent par pseudo-concepts." Vygotski, Pensée et langage, 1985, pages 177 à191.

Le mouvement de la pensée par complexes s'effectue de proche en proche, suivant une perception "d'aspects" communs, sans qu'il y ait besoin d'une cohérence, sans le "fil conducteur" des significations, en quelque sorte. La dynamique de la pensée ne naît pas alors d'une reconnaissance de relations d'après le sens, mais plutôt d'une élaboration de traits d'union entre éléments de ressemblance.

"La pensée ne s'exprime pas dans le mot, elle se réalise dans le mot" Vygotski.

Si l'élève "ne sait pas formuler une règle générale" en adaptant cette formulation à des contextes variés, il n'est pas en mesure de se l'approprier, de la maîtriser et de l'employer à volonté. (F.S.)

- La troisième concerne aussi le développement des concepts : cette présentation coupe le fil du sens : écrire 23 m – 3 × 6 m pour résoudre un problème de tissus a du sens pour un élève. Le passage à 23 – 3 × 6 m est "logique", le sens est conservé. Par contre, les règles de priorité apparaissent arbitraires, donc il n'y a rien à comprendre ! Or comment conceptualiser si le sens a disparu ? (Vygotski, concepts scientifiques, concepts quotidiens)

Observations en classe de 5e

En 5e (2008)

Dans une baguette de bois de 300 cm de long, on coupe un morceau de 85 cm et deux autres de 70 cm chacun. Sans aucun calcul, écrire la longueur de baguette restante. Sans aucun calcul, écrire la mesure de la baguette restante en cm. Calculer cette mesure.

Réactions immédiates : "Je ne comprends pas" ; "Sans calcul, ce n'est pas possible !"
Après quelques temps :
Un élève : " La longueur est 95 cm. J'ai pas fait de calcul, j'ai fait de tête."
Un élève propose : L = 3 m – 85 cm – 2 × 70 cm.
Un élève dit aussitôt : "Mais c'est un calcul !"
Un autre : "On ne peut pas écrire ça, il n'y a pas les mêmes unités."

<u>D'autres observations en classe</u>

En 5e (2006)

En soutien (6 élèves)
1) Calculer les nombres :
$A = 14 - 4 \times 2$; $B = 6 \times 8 + 2$; $C = 18 - 8 \times 2$; $D = 5 \times 7 + 3$;
$E = 12 + 8 \times 2$; $F = 6 \times 8 - 4$.

3 élèves sur 6 font des erreurs sur les calculs des nombres A, C et E : ils effectuent les calculs de gauche à droite.
2 élèves font des erreurs sur les calculs des nombres C et E mais pas sur le calcul de A.
1 seul ne fait aucune erreur.
Il faut différencier l'ordre dans lequel sont écrits les signes et l'ordre de la lecture.

2) En 5e (2006) 48 élèves

Soit le nombre $D = 3 \times (7 + 4) - 2 \times 4$. "Traduire" par une phrase l'expression numérique D. Calculer D.

24 élèves font une erreur dans le calcul de D. Ces 24 élèves ne savent pas "traduire" l'expression numérique par une phrase.
8 élèves calculent correctement D sans être capable de "traduire" complètement l'expression numérique. Parmi eux, 6 écrivent : "D est la différence…" et s'arrêtent là.

Remarque
N° 89 page 19 (Triangle 5e)
Je pense à un nombre de deux chiffres. Si j'écris un 9 à la droite de ce nombre, il augmente de 513. Quel est ce nombre ?
Si, pour un élève, multiplier par 10, c'est déplacer une virgule par exemple et seulement cela, la "mise en équation" du problème paraît improbable.
On trouve encore beaucoup d'élèves de 5e qui ne savent pas calculer 63 : 100 – 0, 13.

Citations
« …l'algèbre n'est pas une répétition de l'étude de l'arithmétique mais représente un plan nouveau et supérieur du développement de la pensée mathématique abstraite, laquelle réorganise et élève à un

niveau supérieur la pensée arithmétique qui s'est élaborée antérieurement, … » L. S. Vygotski, *Pensée* & *langage*, p 339

« Le concept est impossible sans les mots, la pensée conceptuelle est impossible sans la pensée verbale ; l'élément nouveau, l'élément central de tout ce processus, qu'on est fondé à considérer comme la cause productive de la maturation des concepts, est *l'emploi spécifique du mot*, l'utilisation fonctionnelle du signe comme moyen de formation des concepts. »
L. S. Vygotski, *Pensée* & *langage*, p 207

« Le processus de formation des concepts n'est pas réductible aux associations, à l'attention, à la représentation, au jugement, aux tendances déterminantes, bien que toutes ces fonctions participent à cette synthèse complexe que représente en fait ce processus.
L'élément central en est, comme le montre l'étude, l'utilisation fonctionnelle du signe, ou du mot, comme moyen permettant à l'adolescent de soumettre à son pouvoir ses propres opérations psychiques, de maîtriser le cours de ses propres processus psychiques et d'orienter leur activité vers la résolution du problème auquel il est confronté. »
L. S. Vygotski, *Pensée* & *langage*, p 207