Groupe
Pédagogie
Collège

Calcul littéral : Élaboration d’une séquence…

https://gpc-maths.org/

gpc@gpc-maths.org

Constat

Depuis plusieurs années, en France mais aussi à l’étranger, le constat est fait que l’enseignement de l’algèbre, du calcul littéral… et du calcul «tout court» pose de sérieux problèmes.

Persuadé qu'une maîtrise de l'algèbre ne peut s'ancrer que dans de solides connaissances de l'arithmétique, le GPC a aussi poursuivi ses réflexions sur les grandeurs, sur les nombres décimaux, les opérations, le calcul "chiffral" et littéral.

Le stage…

- *Élaborer une séquence sur le calcul littéral (collège ou lycée) à partir d'une réflexion sur des erreurs d'élèves, d'apports théoriques et des éléments du programme.*

- *La deuxième session consistera à analyser les productions des stagiaires.*

Premier jour :
Réflexion à partir d'erreurs d'élèves.
Réflexions sur le «calcul» et «le calcul littéral» (collège et lycée).
Apports de la recherche récente en didactique et des ressources transversales (éduscol, documents d'accompagnement…).
Échanges.

2e jour: Travail sur les séquences élaborées à l'intersession.

Conceptions sous-jacentes à l'élaboration de cette séquence

- Un concept isolé n’existe pas

→ système de concepts

- Concepts quotidiens / concepts scientifiques
- Zone de proche développement
- Médiation sémiotique
- Mobilité langagière
- Conversion - changements de registres

Approche historico-socio-culturelle

Vygotski, Wallon, Meyerson

Frege (sens et dénotation), Peirce (signe)

Duval (IREM Strasbourg),

Radford (Canada)……

«Ainsi, dès l'origine, la pensée et le langage ne sont absolument pas taillés sur le même modèle. On peut dire en un certain sens qu'il existe entre eux une contradiction plutôt qu'une concordance. La structure du langage n'est pas le simple reflet, comme dans un miroir, de celle de la pensée. Ainsi le langage ne peut-il revêtir la pensée comme une robe de confection. Il ne sert pas d'expression à une pensée toute faite. En se transformant en langage, la pensée se réorganise et se modifie.» (LV)

«La pensée ne s'exprime pas mais se réalise dans le mot» (LV)

Les concepts se développent et évoluent constamment en relation avec la structuration conceptuelle dont dispose l’élève et qui continue de se développer {dynamique des concepts}

compréhension ⇆ reformulation verbale

conception largement répandue

«le signifié coïncide immédiatement ou médiatement , à travers un concept, avec la chose désignée par le mot» (L.Wittgeinstein)

L'usage est un lieu où se rejoignent communication, cognition et signification.

L'objet se définit en rapport à la communauté humaine grâce à son usage.

«Un signe […] est quelque chose qui tient lieu pour quelqu'un de quelque chose sous quelque rapport ou à quelque titre.» (CS.Peirce)

«Exactement comme nous disons qu'un corps est en mouvement et non qu'un mouvement est dans un corps, nous devrions dire que nous sommes en pensée et non que les pensées sont en nous.» (CS.Peirce)

«C'est le signe qui fait accéder au plan de la représentation vraie. Il peut n'avoir avec l'objet correspondant aucun lien d'appartenance, ni de ressemblance ou d'analogie. Il ne serait rien que sonorité creuse ou graphisme arbitraire, incompréhensible, sans la représentation qu'il a le pouvoir d'évoquer et dont il reçoit son contenu, son rôle et sa véritable existence. C'est un symbole, épuré au point de ne plus appartenir au monde des choses.
En même temps qu'il y devient totalement étranger, il faut que la représentation dont il est le substitut prenne à l'égard de son propre objet une semblable indépendance. Artificiel dans la mesure où sa forme et sa signification se font plus abstraites, son origine elle-même ne peut plus être cherchée dans les choses. Il implique comme une complicité, une entente avec autrui. Il a nécessairement pour matrice la société.»   (H.Wallon)

modalités

- travail en groupe

- *travail à partir des nombres entiers naturels*

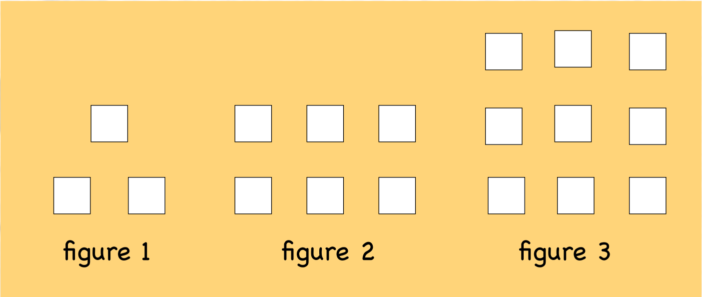
- demande aux élèves d’écrire des conclusions et de préciser leur démarche

- passage de l’enseignant dans les groupes en posant des questions complémentaires

- mise en commun en fin d’activité et rédaction d’une conclusion (partielle) commune

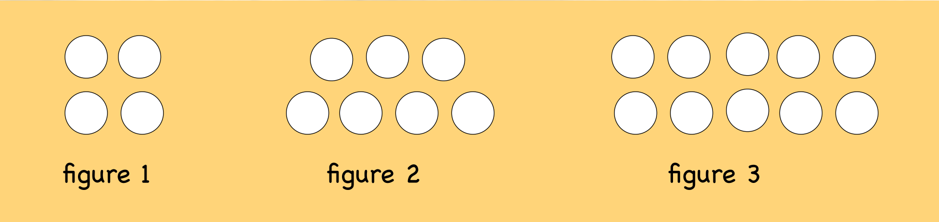
Activité 1 - A

- Combien de carrés comprend au total la figure 5 ? Faire le dessin
- Sans faire de dessin, combien de carrés comprend au total la figure 10 ?
- Combien de carrés comprend au total la figure 144 ?



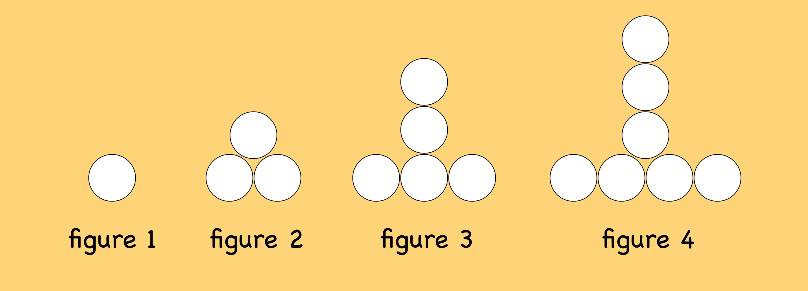
Activité 1 - B

- Combien de cercles comprend au total la figure 6 ?
- Sans faire de dessin, combien de cercles comprend au total la figure 11 ?
- Combien de cercles comprend au total la figure 207 ?

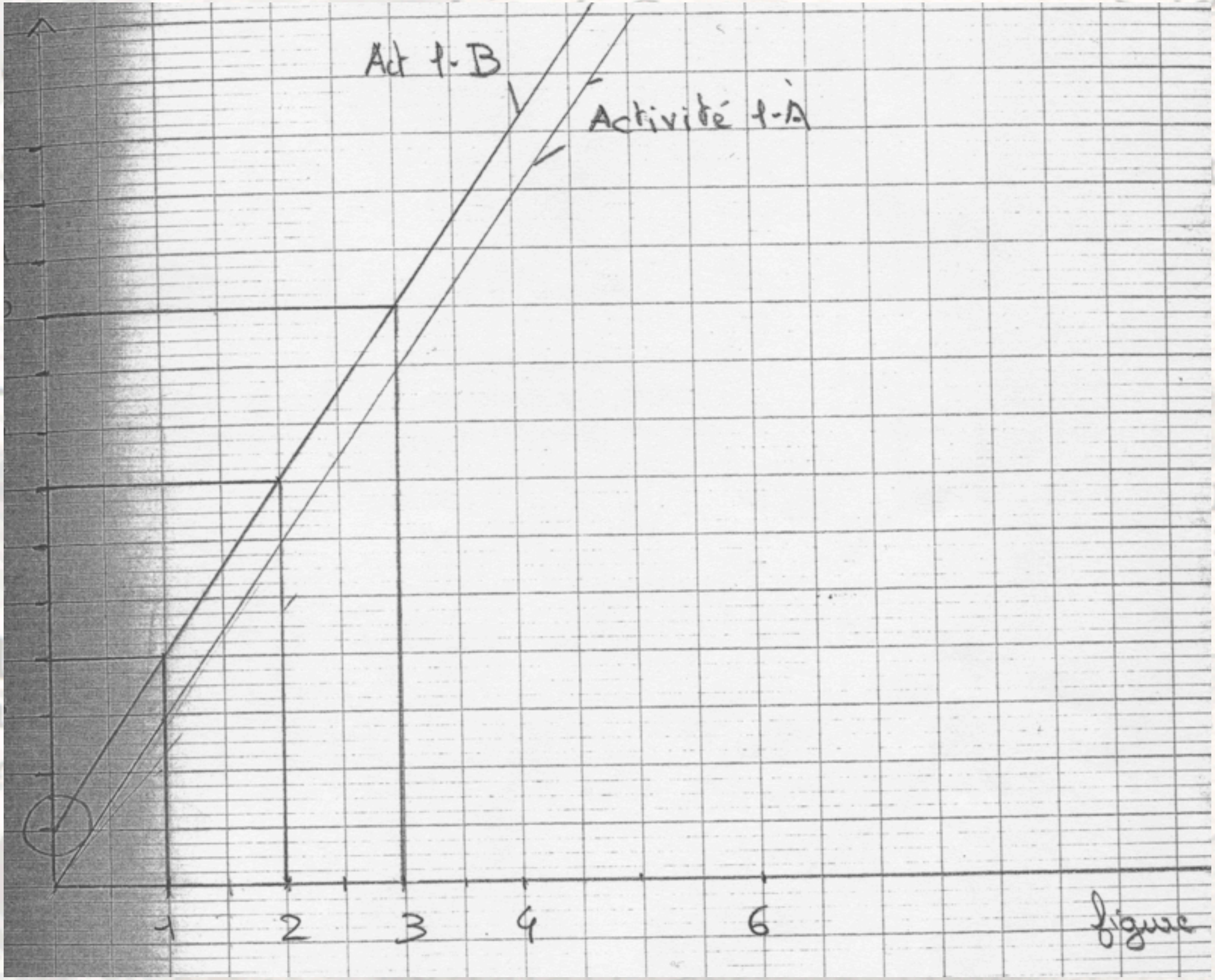


Activité 1 - C

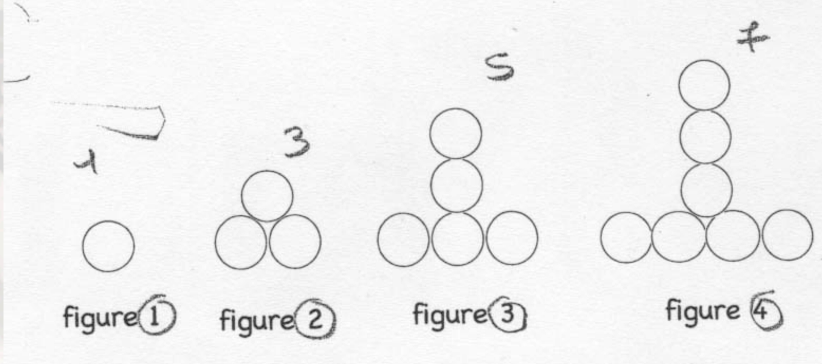
- Combien de cercles comprend au total la figure 5 ? Faire un dessin.
- Sans faire de dessin, combien de cercles comprend au total la figure 10 ?
- Combien de cercles comprend au total la figure 207 ?

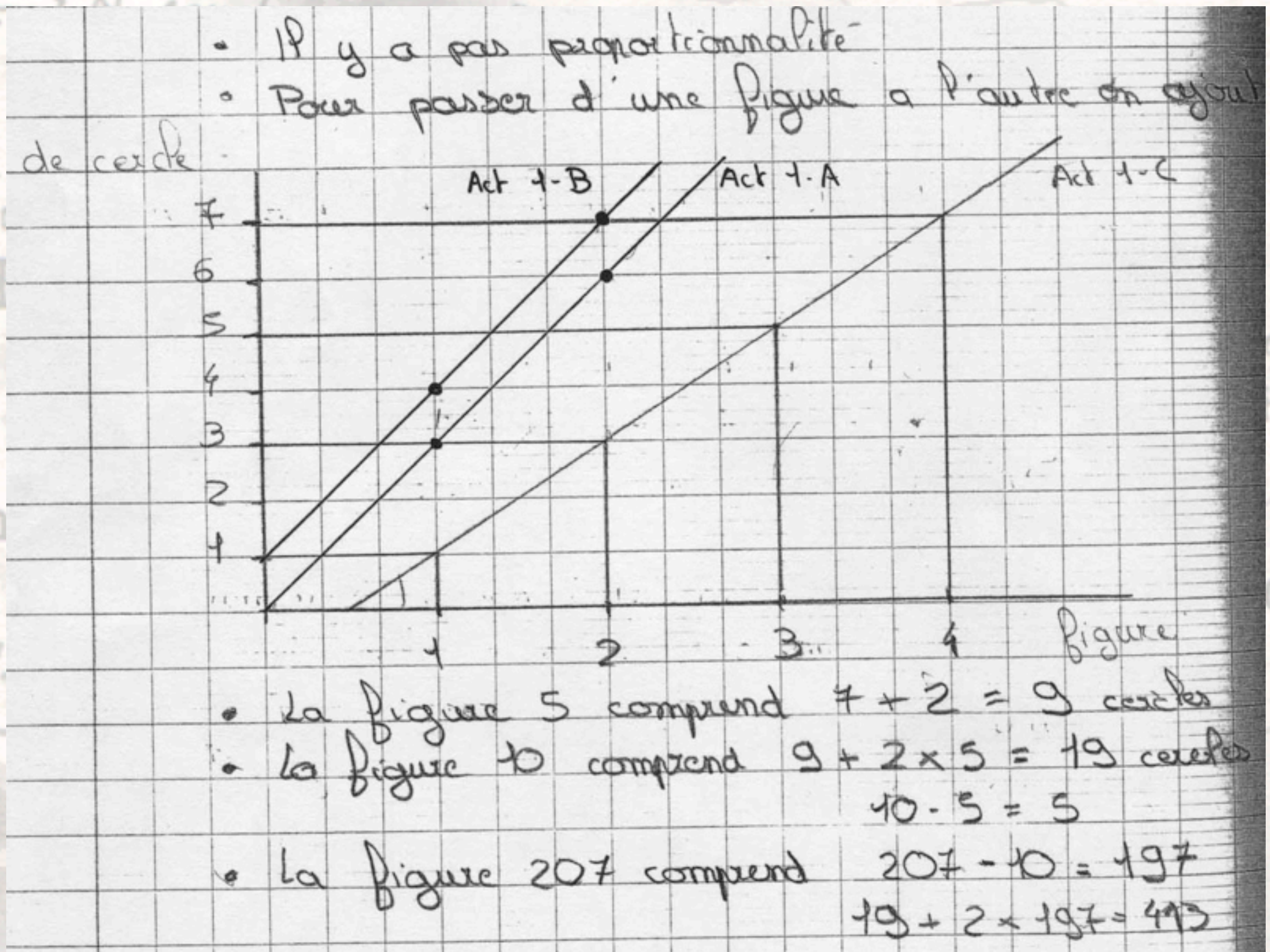


Quelques travaux d'élèves…



- On sait qu'il n'y a pas proportionnalité
- On sait que pour l'activité 1-A on multipli le nom
la figure par 3.
- Comme on remarque que dans les deux acti
on passe d'une figure à l'autre en ajoutant
comme pour l'activité B la figure 1 = 4 cercles
pour l'activité A la figure 1 = 3 carreau
- Donc pour passer d'une figure a l'autre
multiplie le nom de la figure par 3 et on aj
- Comme $6 \times 3 + 1 = 18 + 1 = 19$ donc la fig
comprend 18 ? cercles
- De la même manière $10 \times 3 + 1 = 31$ donc
10 = 31 cercles
- $144 \times 3 + 1 = 432 + 1 = 433$


1
3
5
7
figure 1
figure 2
figure 3
figure 4


• Il y a pas proportionnalité
• Pour passer d'une figure a l'autre on ajout
de cercle
Act 1-B
Act 1-A
Act 1-C
1
2
3
4
5
6
7
figure
• La figure 5 comprend 7 + 2 = 9 cercles
• La figure 10 comprend 9 + 2 × 5 = 19 cercles
10 - 5 = 5
• La figure 207 comprend 207 - 10 = 197
19 + 2 × 197 = 413

Activité 1-B

• On ne peut pas savoir car les figures 1, 2, et 3 ne sont pas proportionnelles entre elles.
10 et 7 ne sont pas des multiples de 4.

• Vu que le numéro de la figure est le nombre de cercle ne sont pas proportion-nelles ont ne peut pas trouver le résultat, le nombre de cercles pour les figures,
On peut seulement faire la proportionnalité ~~sur~~ entre une figure et une autre.

• La figure 6 comprend 19 cercles au total (4+3=7 ; 7+3= 10 .....) Il y a 3 cercles de différence entre les figures.

• La figure 10 comprend 30 cercles au total.

~~• La figure 144 comprend cercles au total~~

• Pour trouver le nombre de cercles total pour la figure 144, il faut mettre en place une relation : num. de la f. x3+1
donc (144 x3)+1 = 420 + 1 = 421.

• Le nombre de cercle = 3x le num. de la f. +1.

1: 1+ (2x0) = 1   1x2 -1

2: 1+ (2x1) = 3   2x2-1

3: 1+ (2x2) = 5   3x2 -1

4: 1+ (2x3) = 7   4x2 -1

5: 1+ (2x4) = 9   5x2-1

10 = 1+ (2x9) = 19   10x2-1

207 = 1+ (2x206) = 413   207x2-1

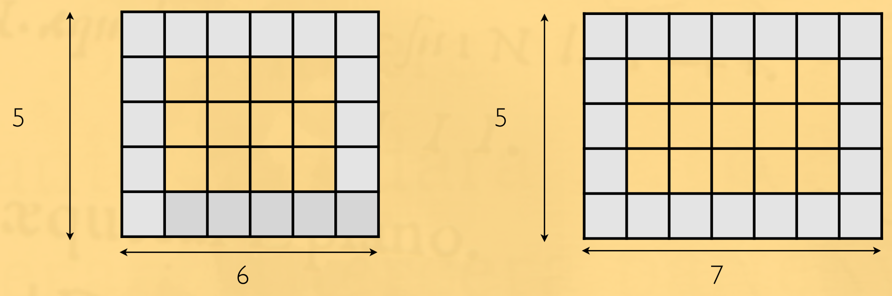
- le nombre de cercle pour la figure 5 est de 1+ (2x4) so 9 cercles

- le nombre de cercle pour la figure 10 est de 1+ (2x9) soit 19 cercles

- le nombre de cerle pour la figure 207 est de 1+ (2x206) soit 413 cercles

le nombre de cercles est 1+ 2 x (la figure -1)

Activité 2



Activité 1 – C

✱ GRAPHIQUE

le nombre de cercle d'1 figure est égal au n° de la figure ×2 −1

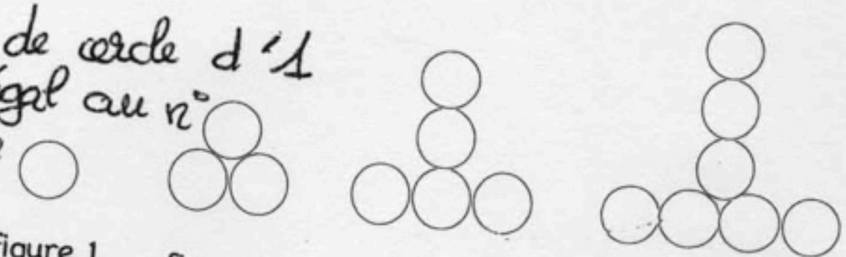
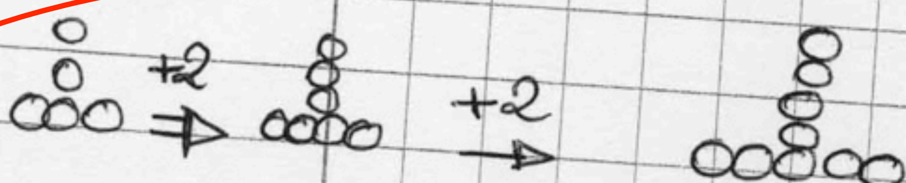


figure 1 figure 2 figure 3 figure 4

- Combien de cercles comprend au total la figure 5 ? Faire un dessin.
- Sans faire de dessin, combien de cercles comprend au total la figure 10 ?
- Combien de cercles comprend au total la figure 207 ?

- La figure 5 contient 9 cercles.
  Le nombre de cercles dans la figure 5 est de 9 cercles.



Activité 2

Il n'y a pas proportionnalité entre la longueur et le nbr de cases peintes car on ne peut pas passer de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant

$$\begin{array}{ccc} 6 & \longrightarrow & 18 \\ \downarrow +1 & & \downarrow +2 \\ 7 & \longrightarrow & 20 \end{array}$$

Il y a une relation entre la longueur et le nbr de cases peintes :

{longueur x 2} + 6 = nbr de cases peintes

Le nbr de cases peintes est égal au double de la longueur et en ~~ajoutant~~ ajoutant 6

Le nbr de cases peintes est 28 pour la figure 11.

11 x 2 + 6 = 28

" " " " " " 44 " " " 19.

19 x 2 + 6 = 44

(longueur x 2 + largeur x 2) − 4 = périmètre.

Activité 2

$5+6=11\times 2=22$

$19\times 2+3\times 2$

① Le nombre de case peintes est 22 car : on aditionne 5 et
on fait le produit onze par deux = vingt-deux.

② Le nombre de case peintes est : la somme des 19 par 2 et de
produit de
quarante-quatre

③ longueur = 8 . Le nombre cases peintes est : vingt et un car.
la somme de cinq et de six puis le puis le produit de 9 par 2
égal à dix-huit

Le nombre de case ~~est~~ sur la longueur ×2 + nombre longueur −2
tous ×2

Activité 2

1er cas 1) Le nombre de case peinte en bordure du rectangle est de 18

$5 \times 2 = 10 + 6 \times 2 = 22 - 4 = 18$ cases peintes.

l. L.

Le nombre 2 vient que à chaque extrémité il y a le même cases peintes. Le nombre 4 vient que si on fait pas moin 4 on compte les carrés peint dans les angles de chaque rectangle.

2ème cas Le nombre de case peinte en bordure du rectangle est de 20

$5 \times 2 = 10 + 7 \times 2 = 24 - 4 = 20$ cases peintes.

l. L.

2) Le nombre de case peinte alors que la longueur est 11 est de 28 c

$5 \times 2 = 10 + 11 \times 2 = 32 - 4 = 28$ cases peintes.

l. L.

Le nombre de case peinte alors que la longueur est 19 est de 44

$5 \times 2 = 10 + 19 \times 2 = 48 - 4 = 44$ cases peintes.

l. L.

3) Le nombre de case peinte alors que la longueur est 386 cases peintes.

$5 \times 2 = 10 + 386 \times 2 = 782 - 4 = 778$ cases peintes.

longeur longueur

Activité 2

• $(5\times2)+(6\times2)-4=10+12-4=22-4=18$

Pour le 1er cas le nombre de cases est 18

$(5\times2)+(7\times2)-4=10+14-4=24-4=20$

Pour le 2e cas le nombre de cases est 20

• $(5\times2)+(11\times2)-4=10+22-4=32-4=28$

$(5\times2)+(19\times2)-4=10+38-4=48-4=44$

le nombre de cases pour la figure 11 est 28 et pour 19 : 44

méthode : largeur x2 + longueur x 2 – les 4 angles.

• $(5\times2)+(28\times2)-4=10+56-4=66-4=62$

$(l\times2)+(L\times2)$

Si la longueur est 28 le nombre de cases peintes est 62.

Activité 2 mise en commun

Le nombre de cases peinte est égal à la différence du prod du nombre de cases sur la longueur par le nombre de cases la largeur et du produit de la différence du nombre de sur la longueur et de 2 par la différence du nombre cases sur la largeur et de 2. [1]

Le nombre de cases peinte est égal à la différence de somme du produit du nombre de cases de la long par deux (2) et du produit du nombre de cases de largeur par 2 et de 4.

le nombre de case peinte est égal à la différence du p de somme du nombre de case sur la longueur et nombre de case sur la largeur par 2 et de 4.

le nombre de case peinte est égal au produit de la différence de somme du nombre de cases de la l

Activité 2

[5] NCP = au produit de la somme de la différence du nombre de cases sur la longueur et de 1 et de la différence du nombre de cases de la largeur et de 1 par 2 /

[6] NCP = la somme de la somme du nombre de cases de la longueur et du nombre de cases de la longeur et la différence de la somme du nombre de cases de la larguer et du nombre de cases de la longueur et de 4.

Activité 2

• Le nombre de cases peintes est égal à la somme du produit de cases sur la longueur par 2 et du nombre de cases sur la largeur par 2, à la quelle on enlève 4. [1]

• Le nombre de cases peintes est égal à la différence du produit du NC longueur par NC largeur et du produit du NC longueur moins 2 par 3. [2]

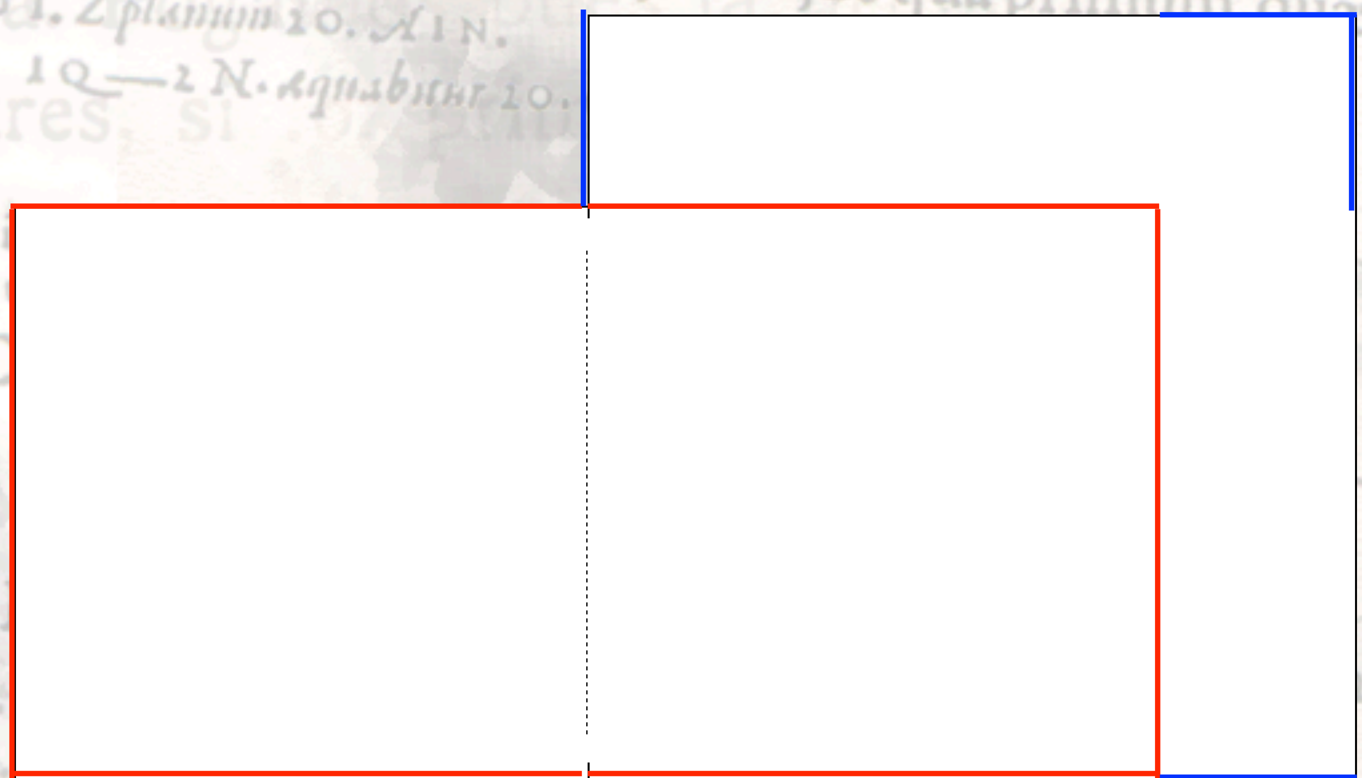
• Le nombre de cases peintes est égal à la différence du produit de la somme du NC longueur et du NC largeur par 2 et de 4. [3]

6 cases sur la longueur	7 cases sur la longueur	17 cases sur la longueur.
NCP = 18	NCP = 20	NCP = 40
$NCP = 6 \times 5 - (6-2) \times (5-2)$	$NCP = 7 \times 5 - (7-2) \times (5-2)$	$NCP : 17 \times 5 - (17-2) \cdot (5-2)$
$NCP = (6 \times 2) + (5 \times 2) - 4$	$NCP = (7 \times 2) + (5 \times 2) - 4$	$NCP = (17 \times 2) + (5 \times 2) - 4$
$NCP = (5+6) \times 2 - 4$	$NCP = (5+7) \times 2 - 4$	$NCP = (5+17) \times 2 - 4$
$NCP = [(5+6) - 2] \times 2$	$NCP = [(5+7) - 2] \times 2$	$NCP = [(5+17) - 2] \times 2$
$NCP = [(6-1) + (5-1)] \times 2$	$NCP = [(7-1) + (5-1)] \times 2$	$NCP = [(17-1) + (5-1)] \times 2$
$NCP = (6+5) + (6+5-4)$	NCP =	

Activité 4

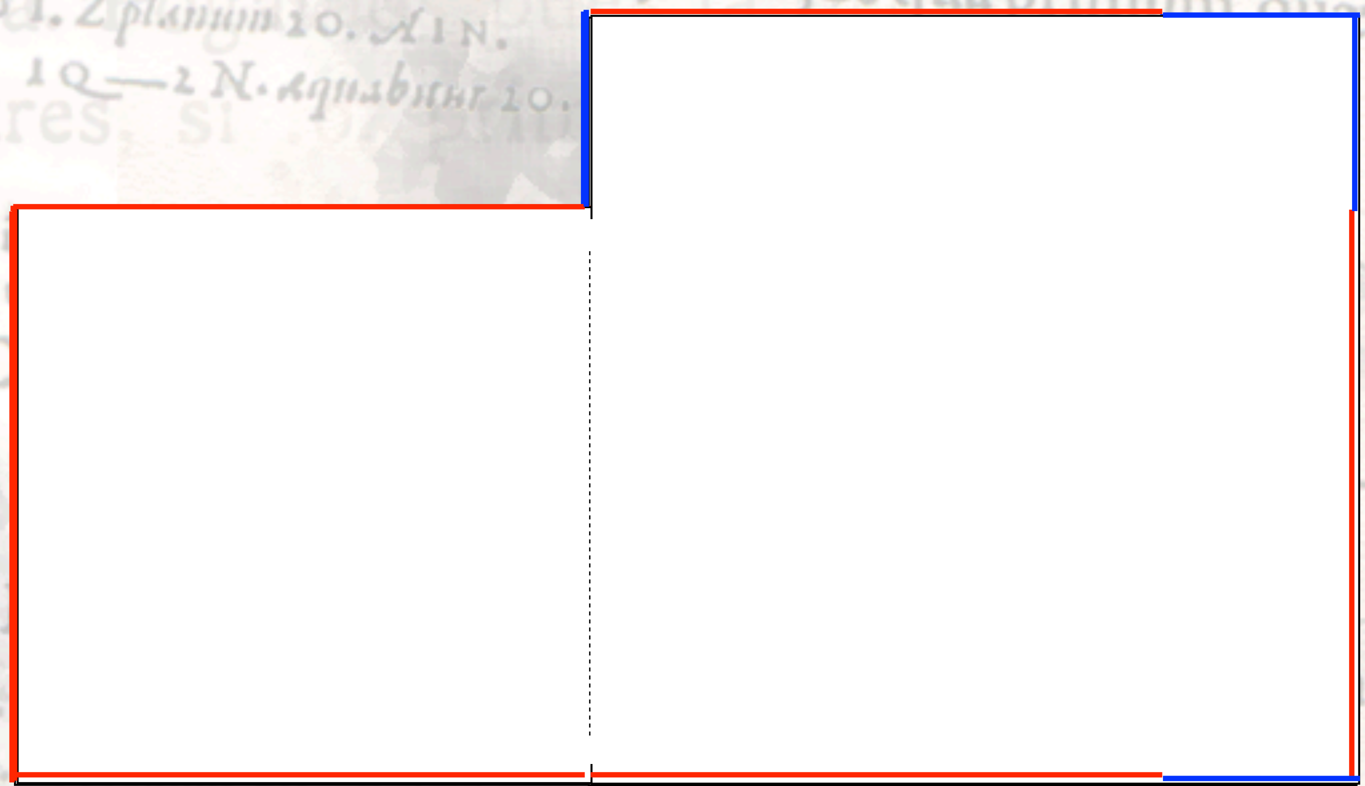
$P = 6 \times a + 4$

avec a la mesure de la longueur du côté du petit carré



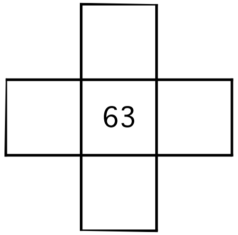
$P = 6 \times a + 4$

avec a la mesure de la longueur du côté du petit carré

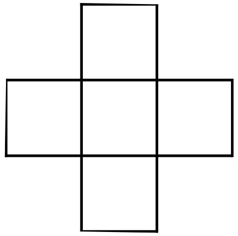


Activité 5

x	1	2			5	
1						
2		4			10	
3				12	15	18
4					20	



ligne 7 ; colonne 9



ligne n ; colonne 5

- Comparer 10 +15 +20 et 12 +15 +18

Égalité vraie

Égalité fausse

Égalité → relation

Égalité conditionnelle… (il existe…)

Égalité → identité (quel que soit…)