

Stage PAF 2008-2009

Grandeurs et mesures



Grandeurs

Mesures

Nombres



2391126544145  
4334  
22122  
42324 3333 2464  
23242353163333

XUM  
ris determinat  
odis fieri poss  
umique atque

LI B.  
ipilato ve  
AB ad doctam



adempto x quali, si  
hoc est, ut a ad b, v  
a ad b, hoc est, v g  
a ad b, hoc est, v g

THEOREMA II.  
Propositi 2.

Equatio sit  $y^2 = x^2 + c$ , erit Locus quaesitus linea



Stage PAF 2008-2009  
Grandeurs et mesures  
Nombres  
Grandeurs  
Mesures  
THEOREMA II.  
Propositi 2.  
Equatio sit  $y^2 = x^2 + c$ , erit Locus quaesitus linea  
Positi, traxitque, ut su-  
pra, agatur in super ex A et  
cta AF ipsi BC parallela,  
atque ad eandem cum ea pa-  
rtes, qua sit equalis et cogu-  
ta. Et ex F ducta FG paral-  
lela AC, et eandem FG

« Il n'y a pas de sujet plus fondamental : la mesure des grandeurs est le point de départ de toutes les applications des mathématiques et comme les mathématiques appliquées ont évidemment précédé les mathématiques pures, la logique mathématique, on imagine d'ordinaire que la mesure des aires et des volumes est à l'origine de la Géométrie; et d'autre part cette mesure fournit le nombre, c'est à dire l'objet même de l'Analyse.

Aussi parle-t-on de la mesure des grandeurs dans les trois enseignements : primaire, secondaire, supérieur; le rapprochement de ce que l'on fait dans les trois ordres

d'enseignement fournit un exemple de ces efforts de compréhension d'ensemble, de coordination qui me paraîtraient pouvoir servir plus efficacement à la formation des futurs professeurs que le travail exigé d'eux : le fignotage de leçons isolées. »



H. Lebesgue

..... en mathématiques

Cadre  
des grandeurs

Cadre  
numérique

quelle part d'implicite pour l'élève ?

quelles ambiguïtés ?

Grandeur

quelle définition ??

« caractéristique d'un *objet* »

dans la vie courante :  
grandeur  
grandeur d'âme.....

grandeur repérable  
(temps.....)

grandeur mesurable  
(durée, longueur...)

• il n'est pas nécessaire de connaître la mesure pour  
comparer deux grandeurs

Grandeur

objet mathématique

objet mathématique	grandeur associée	unité de mesure	grandeur et mesure
segment	<b>longueur</b> <b>« occupation de place sur une droite »</b>	<i>cm</i> <i>m</i>  <i>pied</i> <i>pouce</i>	<b>AB = 16</b> <b>cm</b>  <b>16 cm =</b> <b>1 cm x 16</b>

Grandeur

objet physique

masse : quantité de matière

durée : intervalle entre deux temps (repérés)

# travail sur la cohérence

$$5 + 2 = 7$$



cadre numérique

$$5 \text{ cm} + 2 \text{ dm}$$



somme de 2 longueurs  
est une longueur mais...  
pas calculable sous cette forme

$$5 \text{ cm} + 2 \text{ kg}$$



pas de sens

$$5 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

même unité  
de comptage

$$5 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm} + 2 \text{ dm} = 0,5 \text{ dm} + 2 \text{ dm} = 2,5 \text{ dm}$$

à rapprocher de ...

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10} = \frac{15}{30} + \frac{18}{30} = \frac{33}{30}$$

5 dixièmes et  
6 dixièmes



## ... quelques situations ambiguës ...

Énoncé : Dans un triangle, la mesure d'un côté est inférieure à la somme des mesures des deux autres côtés

Mathématisation d'un problème (physique, géométrique...)

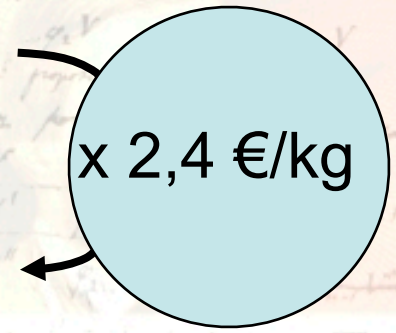
Soit  $x$  la masse en grammes de l'objet.....

Nombre ou grandeur ??

- cohérence des écritures
- travail pertinent de modélisation avec réflexion et retour au problème

# Grandeur et proportionnalité

Masse (raisins)	5 kg	10 kg	18 kg	1 kg
Prix	12 €	24 €	43,2 €	



$$12 \text{ €} = 2,4 \text{ €/kg} \times 5 \text{ kg}$$

3 grandeurs

masse	5	10	18
prix	12	24	43,2

mesure de la masse avec l'unité...	5	10	18
mesure du prix avec l'unité...	12	24	43,2

$$\frac{12}{5} = \frac{24}{10} = \frac{43,2}{18} = 2,4$$

# Grandeurs entre elles.....

**rapport**



deux grandeurs de même nature

échelle

$$\frac{1 \text{ cm}}{20 \text{ m}} = \frac{1 \text{ cm}}{2000 \text{ cm}} = \frac{1}{2000}$$

Énoncé : une peinture est vendue 7,65 € le pot de 450 g.

$$\times \frac{7,65}{450}$$

450

7,65

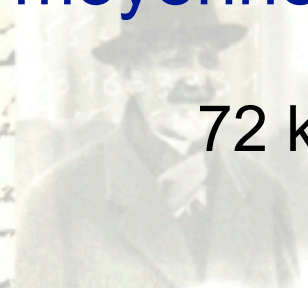
$$: 450$$

1

$$\frac{7,65}{450}$$

- aspect isomorphisme
- aspect fonction

# Vitesse moyenne



72 km/h

$$\frac{72 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{72000 \text{ m}}{1 \text{ h}} = \frac{72000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = \frac{1200 \text{ m}}{1 \text{ min}} = \frac{1200 \text{ m}}{60 \text{ s}} = \frac{20 \text{ m}}{1 \text{ s}}$$

$$72 \text{ km/h} = 1200 \text{ m/min} = 20 \text{ m/s}$$

