Quelques remarques pour compléter le tableau sur l'algèbre

◊ Statut de la lettre (d'après des recherches de D.Kucheman reprises par L.Booth, C.Kieran et autres)

- lettre évaluée : transformation par l'élève de calculs littéraux en calculs numériques à partir le plus souvent de l'ordre alphabétique (c=3 ; e=5)
Peut découler du fait que pendant les premières années d'apprentissage des mathématiques les réponses demandées aux élèves sont numériques.
- la lettre objet : $6p$ peut être interprété par l'élève comme «six poires». La lettre correspond à l'abréviation d'un mot
(on peut retrouver là une erreur de type didactique lorsque l'enseignant explique à un élève que $6p+3p=9p$ parce que 6 poires + 3 poires cela fait bien 9 poires)
On retrouve cette conception dans les «formules» de type $A=L\times l$ où L *et* l ne sont pas des variables pour les élèves.
À l'expression lettre-objet, peut-être vaut-il mieux préférer lettre-chose pour éviter des confusions, en particulier avec «objet mathématique».
- la lettre ignorée : aucune prise en compte de la lettre.
$2a+3=5$ *ou* $5a$
- la lettre inconnue spécifique : la lettre est considérée comme un nombre que l'on ne connaît pas.
Cette conception intervient dans les résolutions d'équation.
- la lettre nombre généralisé : la lettre peut prendre plusieurs valeurs mais sa valeur n'est pas connue au départ.
- la lettre variable : la lettre représente plusieurs nombres.
Cette conception entraîne que l'élève doit être capable de dégager un lien entre les valeurs des lettres.

• Les études montrent que la conception de la lettre comme nombre généralisé est difficile pour les élèves.

◊ Statut du « = »

• En arithmétique, le signe «=» est utilisé le plus souvent comme l'annonce d'un résultat
$7+4=11$ la somme de 7 et de 4 a pour résultat 11
Pour A.Sfard (1991) il s'agit là d'une *conception procédurale*. L'expression mathématique est comprise comme une procédure à appliquer. On obtient une réponse numérique et unique.
On retrouve cela dans des écritures d'élèves telles que $5\times 2=10+4=14$.
On peut penser que l'erreur $4x+3=7x$ relève de cette conception.
• En algèbre, le signe«=» traduit une relation d'équivalence (avec les propriétés de symétrie et de transitivité).
Très souvent le travail algébrique consiste à transformer des égalités en gardant la même valeur logique.
x^2-1 est un «objet» que l'on va manipuler comme un tout.
x^2-1 n'est pas «calculable» pour les élèves comme $7+4$ (on peut voir là le danger d'employer sans précautions le mot résultat dans les activités proposées aux élèves).
Il s'agit là d'une *conception structurale.*
x^2-1 *et* $(x-1)(x+1)$ portent la même *information désignative* mais pas la même *information ostensive.*
La transformation de l'une en l'autre permet de résoudre un problème comme par exemple : résoudre $x^2-1=0$.