

# Algèbre ... Démonstration ... Débat ...

## Quelques questions ?

- Au collège, le travail de démonstration demandé aux élèves se fait essentiellement en géométrie, pourquoi ?
- L'algèbre est quasiment et uniquement abordée de manière expérimentale, ne peut-on faire autrement ?
- L'algèbre est perçue par les élèves, contrairement à la géométrie (cf propos de collègues de seconde), comme un «livre de recettes». Est-ce inéluctable ?
- Y a-t-il moins de «rigueur» en algèbre ?
- De quel «type de rigueur» parlons-nous ?
- L'algèbre va (devrait) devenir pour un élève «un outil de modélisation» très important. Est-ce compatible avec son approche de l'algèbre à la sortie du collège ?
- Dans la démonstration en géométrie, l'élève est amené à distinguer la recherche de la preuve (intuitions, essais, fausses pistes, erreurs, expérimentations...) et son exposé. Fait-on de même en algèbre ?
- Comment faire percevoir à l'élève la complémentarité entre travail en géométrie et travail en algèbre ?
- Est-il plus facile de «faire» des démonstrations en géométrie qu'en algèbre ?
- Comment donner du «sens» au travail algébrique ?
- La démonstration est une activité sociale.

Le débat scientifique en classe est-il un «moyen» de faire entrer l'élève dans le «jeu de la preuve et de la réfutation» ?

## Voici quelques «activités»

Peut-on les proposer à nos élèves ? Sous cette forme ou sous une forme modifiée ?

Que peut-on en attendre ? Comment exploiter le travail fourni ?

Dans quel type d'activités : classe entière, exercices, devoir à la maison, débat..... ? La manière de les proposer modifie-t-elle leur intérêt ?

1- Écrire chacun des nombres suivants de deux autres manières : sous forme d'une somme et sous forme d'un produit

$$14 =$$

$$14x^2 =$$

$$5 + 7 =$$

$$-5x^2 =$$

$$3x =$$

$$-4a =$$

$$4x + 3 =$$

$$0 =$$

2- Existent-ils deux nombres  $x$  et  $y$  tels que  $x^2 - 2xy + y^2$  soit strictement négatif ?

3- Que pensez-vous de ces deux «résolutions» ?

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$-x^2 = x + 1$$

$$x(x + 1) + 1 = 0$$

$$x(-x^2) + 1 = 0$$

donc 1 est la seule solution de cette équation

$$-x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = 1$$

$$x = 1$$

$$x + 5 + \sqrt{x} = 3 + \sqrt{x}$$

$$x + 5 = 3$$

donc -2 est la seule solution de cette équation.

$$x = -2$$

4 - Si  $a > 0$  alors  $a^2 > a$  - vrai ou faux ?

5 - Écrire toutes les écritures égales à  $41 - 8 - 17$  sans faire aucun calcul, en gardant les mêmes termes.  
Écrire toutes les écritures égales à  $-24 + 12 - 7$  sans faire aucun calcul, en gardant les mêmes termes.

6 - Voici trois «épreuves» d'élèves. Fais un commentaire.

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+1+x-1}{x^2-1}$$

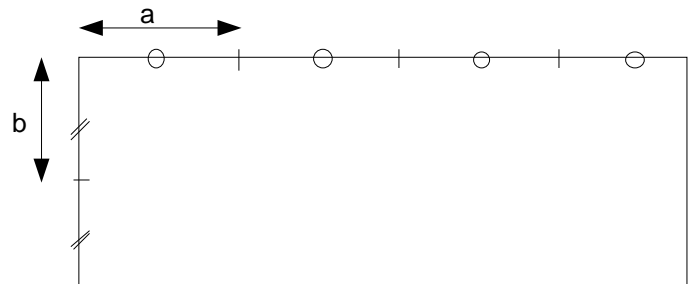
$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x}{x^2-1}$$

7 - A l'intérieur d'un rectangle ABCD de 10 cm sur 6 cm, on place un point M.  
Comment faut-il placer le point M pour que  $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$

8 - Une unité pour les longueurs et une unité pour les aires sont choisies.

a et b sont deux nombres entiers. L'aire du rectangle ABCD est 384.

- Démontrer que  $a \times b = 48$
- Quelles sont les valeurs possibles pour a et b ?
- Dans chaque cas, calcule le périmètre du rectangle obtenu.



9 - Pour chacune des égalités suivantes, dire si elle vraie et pourquoi ou si elle est fausse et pourquoi ?

$$10 \times (4 + 7) = 10 \times 4 + 10 \times 7$$

$$7 \times (a \times 3) = 7 \times a \times 7 \times 3$$

$$10 \times (4 \times 7) = 7 \times (10 \times 4)$$

$$3 \times (5x) = 15x$$

$$5 \times a + 5 \times x = 5 \times (a \times x)$$

$$10b - (-a) = 10b + a$$

$$7x - (4x + 3) = 7x - 4x + 3$$

$$(-2a)(3b) = -6ab$$

$$5a - (2 - 3a) = 5a - 2 + 3a$$

10 - Une grande ficelle qui fait exactement le tour de la terre. Une autre ficelle qui fait le tour de la roue de votre vélo. A chacune de ces deux ficelles, on ajoute un bout de ficelle qui la rallonge de un mètre. Avec ce mètre en plus, la ficelle qui fait le tour de la roue de votre vélo décolle-t-elle : plus, autant, moins que la ficelle qui fait le tour de la terre ?

11 - Déterminer la valeur de  $3a + 1$  sachant que  $7(3a + 1) = 35$

12 - Un magasin accorde un rabais de 15% et facture la Taxe de vente de 20%. Le marchand doit-il d'abord calculer le rabais ou la taxe ?

13 - Quel volume de terre y a-t-il dans un trou de 1m sur 1m sur 1m ?

14 - On donne la propriété suivante :

« si un produit est nul alors l'un au moins des facteurs est nul »

• Peut-on l'utiliser dans les cas suivants ? Si oui, dire pourquoi et donner la conclusion; si non, dire pourquoi ?

$$(x - 1) \times (3x + 2) = 0$$

$$(x + 2) + (3x - 5) = 0$$

$$(2x - 1)(3 - x) = 0$$

$$(5x + 4) \times (x - 7) = 2$$

$$7(x + 2) = 0$$

$$(x + 2) \times (2x - 5) = (5 - x) \times (3x + 1)$$

$$4x(x + 3) = 0$$