IREM DE TOULOUSE

## Stage 2005/2006

**Groupe Premier Cycle**

# Analyse de situations didactiques en mathématiques au collège

**Les objectifs du stage**

• Échanger à propos de quelques théories de l'apprentissage

• Relier les activités proposées aux élèves et les connaissances en didactique des dernières décennies

• Discuter la notion d'activité mathématique

• Analyser des activités favorisant la créativité, la prise du risque d'erreur ... nécessaires à tout travail mathématique

# Documents remis aux stagiaires

# Petit glossaire … de mots glanés…

**Didactique et pédagogie**
Ces deux notions ont vu leur sens évoluer au cours du temps…
On peut dire que la didactique porte sur le contenu des disciplines enseignées et que la pédagogie s'intéresse à la finalité et aux moyens des situations d'apprentissage. Très schématiquement, on peut dire que la didactique est centrée sur le rapport au savoir et que la pédagogie étudie ce qui se passe en classe entre élèves et professeur (gestion du temps, contraintes institutionnelles…).

**Didactique d'une discipline**
Deux approches
- psychologique : quel est le processus d'appropriation des savoirs par les élèves ?
- épistémologique : quel est le cadre conceptuel dans lequel s'inscrit l'apprentissage ?

**Champ conceptuel** *(Gérard Vergnaud)*
L'acquisition d'un concept nécessite un large éventail de connaissances interdépendantes.
"un espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et procédures de plusieurs types en étroites connexions".

**Objectif-obstacle - Situation-problème**
Un objectif-obstacle est constitué par le dépassement d'un certain niveau de représentation qui fait obstacle à la compréhension d'une notion.
Une situation-problème permet de mettre l'apprenant en situation d'éprouver lui-même l'insuffisance ou le caractère erroné de ses représentations.

**Situation didactique** *(Guy Brousseau)*
*Théorie des situations didactiques* : analyse a priori (inventaire des comportements…) et a posteriori (signification des comportements observés) des interventions des élèves et de l'enseignant. Implique l'élaboration d'un processus d'apprentissage.
Se conçoit comme un ensemble de rapports entre l'élève, le milieu et l'enseignant afin de faire acquérir aux élèves un savoir constitué ou en cours de constitution.

*Trois formes de dialectique* :
- de l'action : l'élève est confronté à une situation qui lui pose problème. Il produit des actions (les solutions seront explicitées ou non).
- de la formulation : création d'un langage pour assurer l'échange. Dans cette phase il n'est pas obligatoire que l'élève justifie ses propositions.
- de la validation : obligation de prouver autrement que par l'action.

Dans cette phase, apparaît l'importance de la preuve - N. Balacheff "…la preuve est un acte social, elle s'adresse à un individu qu'il faut convaincre".
G. Brousseau a développé l'idée de situations d'institutionnalisation "celles pour lesquelles on fixe conventionnellement et explicitement le statut cognitif de la connaissance".
Fonction principale des situations d'institutionnalisation *:* officialiser certaines connaissances qui, jusque là n'ont été que des outils, leur donner le statut d'objet mathématique est une condition d'homogénéisation de la classe et, pour chacun, une façon de jalonner son savoir et d'en assurer la progression.
Autre fonction : intégrer le savoir social, les conventions dans le savoir de l'élève.
De nombreux concepts ont été créés : *contrat didactique - variables didactiques* …

**Contrat didactique**

Il détermine les obligations réciproques du formateur et des formés.
• *structure cours / exercices* : le travail de reconstruction du savoir est laissé à l'élève sous sa responsabilité.
Schématiquement, le professeur donne des exercices faisables. L'élève remplit son contrat s'il étudie ses leçons, fait ses exercices…
S'il y a problème, le professeur doit l'aider, en orientant le travail de l'élève (questions intermédiaires…).
• *structure activités - institutionnalisation - exercices* : l'enseignant utilise les activités des élèves, leurs productions… pour faire progresser le savoir de tous.
Les problèmes donnés ne sont pas obligatoirement faisables, la validation des réponses est nécessaire…
Élaboration de conceptions provisoirement bonnes qu'il faudra élargir, rejeter pour en former de nouvelles.
L'erreur n'est plus un défaut à éviter à tout prix.

**Transposition didactique** *(Yves Chevallard)*
Le concept de transposition didactique a été introduit pour rendre compte de la transformation nécessaire opérée sur les savoirs retenus pour être enseignés avant que ces savoirs puissent effectivement être enseignés.
savoirs scientifiques —> savoirs à enseigner —> savoirs enseignés.

**Objets réels - Objets d'enseignement - Représentations**
L'enseignement des mathématiques (au début…) participe à construire une modélisation du réel chez l'élève.
Aux signifiés primitifs (objets réels) on attache des signifiants (relations…). A ces signifiants sont liés des nouveaux signifiés d'un autre "espace" : les représentations.

**Dialectique Outil - Objet** *(Régine Douady)*
Aspect outil, aspect objet d'un concept mathématique :
on pose des questions - on résout des problèmes - pour ce faire on crée des outils conceptuels puis ces concepts sont décontextualisés, formulés de manière la plus générale possible. Ils acquièrent le statut d'objet.

- Un concept est outil si l'usage qui en est fait est la résolution de problèmes.
- Un objet au sens d'objet culturel qui s'intègre dans le savoir savant à un temps t, reconnu par la collectivité.

Pour que la dialectique outil-objet puisse se mettre en place, il est nécessaire qu'il y ait un réel problème :

- énoncé ayant du sens pour l'élève
- l'élève peut engager une procédure de résolution
- les connaissances visées par l'apprentissage sont des outils adaptés au problème posé
- le problème peut se poser dans au moins deux cadres différents

Le problème conduit à la création d'une connaissance en tant qu'outil, connaissance qui sera institutionnalisée en tant qu'objet.

**Cadres et registres** *(Robert Duval)*
Exemple : dans le cadre géométrique il existe plusieurs registres : registre de la langue naturelle, registre de la figure, registre de l'écriture symbolique, registre de la langue mathématique, registre graphique.

**Variables didactiques**
Élément de la situation sur lequel le professeur peut jouer et qui va modifier les rapports des élèves avec les notions en jeu.
Exemples : temps de résolution - valeurs des données pour un calcul - position de l'axe dans des constructions de symétriques…

# Conceptions de l'apprentissage

# Première activité

**Dans cette activité, qu'est-ce qui peut, selon vous, "gêner" l'apprentissage de nos élèves par rapport à la construction de la connaissance visée ?**

Activité
1

## Conventions de priorités

Organiser, pour l'effectuer une succession d'opérations.

La confrontation des réponses débouche sur l'énoncé des règles de priorité.

Effectuer les calculs suivants à la main, mentalement ou avec une calculatrice.

A = 0,25 + 9 + 0,75
B = 2 x 8 x 5
C = 25 - 3 - 2
D = 40 : 8 : 2
E = 11 - 8 + 2
F = 6 + 14 : 5
G = 10 - 4 x 2
H = 3 x 7 - 2

**Le sens des mots**

Une convention est une règle admise d'un commun accord et appliquée par tous.
Par exemple, placer une virgule à droite du chiffre des unités est une convention.

Collection "Transmath" 5e, éd. Nathan, 2001

# Compte rendu de la première activité

**Réponses des stagiaires :**

**Groupe 1**

Trois modes de calculs sont proposés dans l'activité : cette proposition a une utilité relative voire contestable.
Pourquoi l'encart "sens des mots". Ne serait-ce pas plutôt une conclusion ?
L'exemple donné dans cette encart est incompréhensible.
Le calcul D n'a pas de sens. Que fait-il là ?
Quels sont les objectifs de cette activité ? On pense aux priorités opératoires. Mais alors pourquoi les calculs A et B ?
Pourquoi finalement une telle activité ? Pourquoi ne pas donner les "règles " tout de suite ?

**Groupe 2**

Ce qui peut gêner :
- Trop de "règles"
- Difficulté à appréhender le sens de l'activité (ils ont juste ou faux, d'après les élèves)
- La priorité de la multiplication et de la division ne correspond pas au sens naturel : gauche à droite
- Calculs sans contexte (détachés d'une situation "concrète", de la vie courante).

Il aurait été préférable de proposer une activité pour chaque "règle".

**Groupe 3**

Le mot "convention" peut gêner : ils n'ont rien à comprendre, il faut admettre.
Rajouter un calcul du type I = 15 - 2 x 5 + 4.
Pourquoi ne pas donner directement les "règles" et faire appliquer les élèves après ?

À l'issue de cette mise en commun, une discussion s'engage sur les propriétés données aux élèves pour justifier les calculs. Sont alors affichées quatre propriétés trouvées dans des livres de cinquième sur les calculs avec parenthèses.

**En présence de parenthèses, il faut effectuer en premier les calculs entre parenthèses. On commence par les parenthèses les plus intérieures.**

Maths 5e, éd Magnard, 2001

**Dans une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses en commençant par les parenthèses les plus intérieures.**

Maths 5e, collection transmath, éd Nathan, 2001

**Dans un calcul avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.**

Maths 5e, collection triangle, éd Hatier, 2001.

**Règle : Pour effectuer une suite d'opérations avec parenthèses, on commence toujours par les calculs entre parenthèses. On dit que les calculs entre parenthèses ont priorité.**

Maths 5e, collection cinq sur cinq, éd Hachette, 2000

Un animateur pose alors cette question :
« Supposons qu'un professeur ait fait écrire dans les cahiers de ses élèves, l'une de ces propriétés. Il donne ensuite à calculer le nombre X = 3 x (7 - 4) + 2 x 8.
Un élève écrit X = 3 x (7 - 4) + 16.
Que peut dire le professeur ? En effet l'élève n'a pas appliqué la propriété donnée. Mais l'égalité écrite est-elle fausse pour autant ? »

L'histoire des notations mathématiques est ensuite évoquée, ce qui donne lieu a un court exposé sur "l'histoire des parenthèses".

D'après Florian CAJORI (*A History of Mathematical Notations* (1929)), le premier usage d'un signe qui correspond aux parenthèses modernes, se trouve dans *Le Triparty en la Science des Nombres* de Nicolas CHUQUET, paru en 1484. CHUQUET écrit :

$R^2.\underline{14.\bar{p}.R^2.180}$ . Ce que l'on écrirait aujourd'hui :$\sqrt{14+\sqrt{180}}$ .

Certains mathématiciens utilisèrent le surlignage pour indiquer ce que signifient les parenthèses aujourd'hui. Un des premiers usages, toujours d'après Florian CAJORI, d'une telle notation se trouve dans une édition des travaux de VIÈTE en 1646, par Frans VAN SCHOOTEN (1615-1660). On y trouve $\mathrm{B\ in\ }\overline{\mathrm{D\ quad.}+\mathrm{B\ in\ D}}$ , ce qui signifie $\mathrm{B}\,(\mathrm{D}^2+\mathrm{BD})$ .

Les parenthèses sont présentes dans quelques rares textes dès le 16$^{e}$ siècle. On les trouve dans le livre de Nicolo TARTAGLIA, *General trattato di numeri e mesuri*, de 1556. Elles apparaissent aussi une fois dans une édition de 1663 de l'*Ars Magna* de CARDAN, paru pour la première fois en 1545. Michael STIFEL (1486-1567) ne les utilisent pas dans ses ouvrages imprimés, mais en fait usage une fois dans une note manuscrite. Il semble de toute façon, qu'à cette époque elles tenaient plus du signe de ponctuation que du symbole mathématique.
À la même époque, BOMBELLI (1526-1572) utilisa des crochets pour regrouper les termes dans l'écriture de racine cubique complexe.

Le surlignage, ou plus rarement le soulignage, reste la pratique la plus courante jusqu'au 18$^{e}$ siècle. Il se rencontre dans les ouvrages de RICATTI, de STIRLING de DE MOIVRE. Au 18$^{e}$ siècle, la plupart des mathématiciens, comme LEIBNIZ, EULER, les BERNOUILLI, CRAMER, utilisèrent le point séparateur à la place de nos parenthèses modernes. n.n+1 signifiait ce que nous écririons n(n+1). LEIBNIZ se servit aussi de la notation $n \cap n+1$ pour la même expression. La notation $(a+b)^n$ apparaît également dans ses écrits. Cette dernière notation ne se généralisera que dans la deuxième moitié du 18$^{e}$ siècle.

# Comment apprend-on ?

Toute pratique enseignante repose sur des présupposés psychologiques. En particulier, elle concrétise, pour une part, les conceptions de l'apprentissage implicites ou explicites de l'enseignant.

Si ce dernier choisit de dire et de montrer le savoir, c'est qu'il présume, consciemment ou inconsciemment, qu'ainsi il favorisera l'apprentissage du plus grand nombre possible de ses élèves dans le temps imparti et qu'il permettra les apprentissages ultérieurs. S'il préfère une fiche d'activités où des questions relativement faciles s'enchaînent jusqu'à la "découverte" du savoir visé, c'est qu'il prétend que dire le savoir ne suffit pas. C'est aussi qu'il pense que sa fiche d'activités, ainsi conçue, facilitera davantage la construction du savoir de ses élèves ou aidera à l'apprentissage d'un plus grand nombre d'élèves, ou encore, fera moins obstacle aux futurs apprentissages. S'il suit une autre voie encore, c'est qu'il suppose que les deux premières ne conviennent pas et qu'il faut donc envisager un autre mode d'enseignement.

Mais, quoi qu'il en soit, ses choix seront autant de réponses partielles et temporaires à la question cruciale de la psychologie de l'éducation : « comment apprend-on ? »; ou à celle, voisine mais non semblable, de tout praticien de l'enseignement : « comment favoriser l'apprentissage du plus grand nombre, sans faire obstacle aux apprentissages à venir, dans le temps imparti ? ».

En s'appuyant sur les recherches en psychologie, on peut repérer trois grands types de réponses à cette question qui semblent inspirer les pratiques enseignantes en mathématiques aujourd'hui.

## 1 • Le modèle transmissif

Cette conception de l'apprentissage, héritée des pédagogies traditionnelles, est en fait rarement exprimée et fonctionne comme une « conception spontanée ».

Pour elle, l'apprentissage se résume à un enregistrement en mémoire du savoir exposé par l'enseignant, comme si ce savoir s'imprimait directement dans le cerveau de l'élève telle une pellicule photographique. L'acte d'enseigner y est donc central. C'est l'enseignant qui dit et montre le savoir, le construit et le structure. Il n'y a rien à apprendre lorsqu'il ne parle pas ou ne montre pas.

L'élève, lui, écoute attentivement et reçoit le savoir dans sa tête supposée vide. Il est modelé de l'extérieur et doit s'adapter aux activités magistrales ou interrogatives proposées par l'enseignant dans une situation de communication collective et verticale.

En conséquence, un enseignement parfaitement réussi serait un exposé où l'enseignant ne commettrait aucune erreur, suivi d'un test où l'élève montrerait par des réponses justes qu'il a parfaitement compris. C'est le modèle "j'apprends/ j'applique".

### • Limites du modèle transmissif

Jean PIAGET (1896-1980) souligne comme un résultat important de ses travaux la faillite expérimentale de cette conception transmissive qui confond apprentissage et enseignement. En effet, ce modèle sous-estime le rôle de l'élève et de ses processus cognitifs dans la construction de son savoir. Il ne laisse aucune autonomie à l'élève en dehors des phases de réinvestissement. Il prétend que le sens du message que l'enseignant pense communiquer est le même que celui que l'élève croit percevoir. De nombreuses études montrent qu'il n'en est rien. Elles montrent aussi que l'esprit n'est pas assimilable à une cire vierge.

« Quel que soit son âge, l'esprit n'est jamais vierge, table rase ou cire sans empreinte » écrit Gaston BACHELARD (1884-1962).

Illustration : Les limites de la transmission…

Un professeur de mathématiques explique à un élève les limites. Il lui montre comment calculer $\lim\limits_{x \to 8^+} \frac{1}{x-8}$. À la fin de l'exercice, il demande à l'élève attentif s'il a compris. Oh oui monsieur, j'ai tout compris. N'y croyant qu'à moitié, il lui pose l'exercice suivant : calcule $\lim\limits_{x \to 5^+} \dfrac{1}{x-5}$ .

Et l'élève de résoudre : puisque $\lim\limits_{x \to 8^+} \dfrac{1}{x-8} = +\infty$, alors $\lim\limits_{x \to 5^+} \dfrac{1}{x-5} = +\infty$ .

**• Statut de l'erreur**

Dans l'idéal transmissif, le maître mais aussi l'élève ne doivent pas se tromper. En effet, l'erreur pourrait créer de mauvais réflexes ou s'imprimer dans la tête de ce dernier. Il faut donc dresser un barrage à l'erreur. Si toutefois un élève commettait une erreur, la seule remédiation possible serait d'expliquer à nouveau ou de refaire apprendre en lui demandant d'être plus attentif. Et, en dernier ressort, de faire redoubler l'élève pour de nouvelles explications.

## 2 • Le modèle behavioriste

Le behaviorisme ou comportementalisme est né au début du XXe siècle aux États-Unis. Il est apparu comme une rupture avec la tradition psychologique introspective qui dominait alors. Il a marqué la naissance de la psychologie comme domaine scientifique propre. Ce courant a dominé les recherches en psychologie de la Première Guerre Mondiale à la fin de la seconde.

Rejetant toute référence à la conscience, le behaviorisme s'applique à étudier scientifiquement le comportement (behaviour, en anglais) de l'animal ou de l'homme défini comme « l'ensemble des réactions objectivement observables qu'un organisme généralement pourvu d'un système nerveux oppose aux stimuli, eux aussi observables, dans le milieu dans lequel il vit » (WATSON, 1878-1958). Historiquement, cette étude s'est étendue aux analyses des apprentissages humains et au domaine de l'éducation.

L'apprentissage y est défini comme la capacité à donner la réponse adéquate à des stimuli donnés. Il est envisagé comme un processus mécanique dans lequel les comportements de l'apprenant sont déterminés par les renforcements rencontrés : les "bonnes" réponses sont récompensées et reproduites, les "mauvaises" réponses punies et abandonnées. C'est l'apprentissage par conditionnement.

SKINNER (1904-1990), psychologue behavioriste, a élaboré une théorie du conditionnement opérant qui se distingue du conditionnement classique. Dans celle-ci, l'individu est actif, apprend en observant les conséquences de ses actes et en recevant des renforcements. Si le comportement procure du plaisir, il sera reproduit. Sinon, il sera abandonné. Cette conception de l'apprentissage a donné à SKINNER les principes de l'enseignement programmé. Celui-ci consiste pour l'enseignant à proposer des situations où la matière à enseigner est découpée en unités aussi élémentaires que possible. Ces situations doivent permettre à l'élève d'agir, de le faire travailler par étapes, et de renforcer au fur et à mesure ses acquisitions dans le sens d'une modification des comportements programmés par l'enseignant. C'est en fait à cette conception qu'implicitement les enseignants se réfèrent, quand, pour introduire une notion, ils proposent aux élèves une fiche dite de "découverte" qui contient un grand nombre de questions relativement faciles.

**Décomposition en sous-compétences de l'addition selon Thorndike (1874-1949)**

*• Apprendre à se concentrer sur les chiffres colonne par colonne pour les additionner (pour les enfants, le passage de la connexion 8 + 7 = 15 à la connexion 38 + 7 = 45 ou à la connexion*

*68 + 27 = 95 n'est nullement évident) ;*

*• Apprendre à garder en mémoire le résultat de chaque addition jusqu'à avoir obtenu le résultat de l'addition suivante ;*

*• Apprendre à ajouter le report lors de l'addition suivante ;*

*• Apprendre à négliger les 0 à l'intérieur des colonnes ;*

*• Apprendre à négliger les espaces vides à l'intérieur d'une colonne ;*

*• Apprendre à ne pas écrire l'entièreté du résultat d'une addition, mais seulement le nombre correspondant à l'unité; en particulier, apprendre il écrire le 0 lorsque le résultat de l'addition est 10.*

**• Limites du modèle behavioriste**

Même si le modèle behavioriste a permis des progrès dans la connaissance des mécanismes élémentaires d'apprentissages simples, il constitue une réduction de la réalité. Il ne permet pas de rendre compte des apprentissages complexes, comme l'acquisition de la lecture. De plus, les méthodes qui s'en inspirent font de l'élève un simple exécutant qui n'a pas conscience des buts visés et ne comprend pas la signification de ses actes. Les savoirs nouveaux viennent se superposer les uns aux autres sans jamais s'enchevêtrer ni se restructurer. Savoir débrayer, savoir accélérer, savoir freiner, savoir tourner le volant ne signifie pas que l'on sache conduire !

Pourtant l'influence indirecte du behaviorisme demeure grande. L'enseignement assisté par ordinateur ou la pédagogie par objectifs en sont fortement imprégnés.

**• Statut de l'erreur**

Dans toutes les conceptions inspirées du béhaviorisme, l'enseignement est fondé sur le découpage des connaissances. L'élève progresse pas à pas, l'apprentissage étant renforcé par des constats de réussite. L'erreur est donc à éviter. Si, toutefois elle survenait, c'est que l'élève n'aurait pas maîtrisé certains prérequis indispensables. Ou que la connaissance n'aurait pas été décomposée en éléments suffisamment petits pour être confondue avec une réponse adaptée à un stimulus.

## 3 • Les modèles constructivistes

La grande majorité des travaux de didactique s'écartent de la conception transmissive ou behavioriste sous ses différentes formes. Beaucoup d'entre eux empruntent un certain nombre d'hypothèses issues de recherches en psychologie cognitive et en psychologie sociale que l'on peut cataloguer de constructivistes.

## • Le constructivisme individuel de Jean PIAGET

L'influence de Jean PIAGET (1896-1980) fondateur de l'épistémologie génétique est considérable en psychologie cognitive. Ses grands concepts théoriques se sont avérés très productifs dans la recherche sur le développement cognitif. Nous retiendrons ici quelques hypothèses importantes.

**• Construction de la connaissance**

Pour PIAGET, la construction de la connaissance est le résultat d'un processus d'interaction entre le sujet et le milieu, processus qui produit un système de connaissances organisées qui ne peut se réduire à une simple accumulation. Schématiquement, on peut dire que toute connaissance nouvelle est confrontée à la structure cognitive existante afin d'y être intégrée. Le processus adaptatif qui va alors s'engager opérera alors par assimilation ou par accommodation. L'assimilation, c'est l'appropriation par le sujet d'un élément externe dont la structure est compatible avec le système cognitif existant. L'accommodation est l'adaptation du système cognitif existant aux variations externes qu'il ne réussit pas à assimiler. Ces deux pôles de l'adaptation, assimilation et accommodation, sont indissociables : l'assimilation permet la cohérence du système cognitif, l'accommodation, son adéquation au réel.

Mais l'action constante du sujet sur son environnement peut introduire des perturbations dans le système : certaines acquisitions posent des problèmes, entraînent des conflits intra-psychiques par impossibilité de relier la connaissance nouvelle à la structure cognitive existante. Le sujet répond par des compensations actives, une autorégulation que PIAGET nomme équilibration. Si le déséquilibre est important, l'autorégulation entraînera une restructuration qui tiendra compte des acquisitions nouvelles et sera donc plus solide, plus large et plus générale : on parlera, dans ce cas, de rééquilibration majorante.

La connaissance se construit donc par des équilibrations successives : tout système cognitif est remplacé par un système cognitif nouveau qui inclut l'ancien, mais qui comble les lacunes du précédent.

**• Le développement de l'intelligence**

Pour PIAGET, biologiste de formation, le développement cognitif est en continuité avec le développement biologique. Les étapes de ce développement suivent un ordre constant et sont nommées stades (stade sensori-moteur, stade pré-opératoire, stade des opérations concrètes, stade des opérations formelles). Chaque stade est caractérisé par une structure d'ensemble commune à tous les sujets d'un même niveau qui permet de prédire certaines acquisitions. Ces différentes structures évoluent progressivement vers une pensée de plus en plus logique. Chaque étape nouvelle est préparée par la précédente et les structures élaborées à une étape donnée s'intègrent dans l'étape suivante.

**• Limites des implications didactiques du modèle piagétien**

Chez PIAGET, le développement de l'intelligence semble automatique, pour peu que des pathologies graves ne viennent l'empêcher. On ne peut vraiment l'accélérer et tout le monde atteint le stade des opérations formelles. Pour lui, l'apprentissage reste une relation privée entre un sujet, les objets, la tâche, le problème. Les relations sociales entre pairs ou avec un éducateur ne semblent pas prééminentes dans le développement cognitif. Dans ces conditions, on voit mal la place de l'enseignement dans ce développement.

## • Le modèle socioconstructiviste

PIAGET admet que des conflits cognitifs peuvent surgir, donc des déséquilibres, puis des équilibrations. Mais ceci reste du domaine du sujet et ne suppose pas essentiellement la présence et la confrontation avec un autre. Plusieurs continuateurs de PIAGET ont remis en cause ce point de vue en insistant au contraire sur les aspects bénéfiques des interactions sociales dans le développement. Pour eux, les acquisitions, à certains moments clés du développement, trouvent principalement leur origine dans des confrontations d'actions ou d'idées avec des partenaires. Les échanges interindividuels deviennent source de progrès cognitifs par les conflits sociocognitifs qu'ils font naître.

Selon DOISE et MUGNY, les progrès induits par le conflit sociocognitif s'expliquent pour trois raisons :

**1.** Par ce moyen, l'enfant prend conscience de réponses autres que la sienne (même si aucune réponse correcte n'est donnée).

**2.** L'autre donne des indications qui peuvent être pertinentes pour l'élaboration d'un nouvel instrument cognitif (même si aucune réponse correcte n'est donnée).
**3.** Le conflit sociocognitif augmente la probabilité que l'enfant soit actif cognitivement.

Mais l'interaction sociale n'est pas supposée induire automatiquement un progrès cognitif.
« Pour être bénéfique, l'interaction sociale doit en même temps assurer le plein déroulement du conflit sociocognitif et non seulement viser une solution purement relationnelle en termes d'entente ou de mésentente. » (DOISE).

**• Statut de l'erreur**

Dans les conceptions constructivistes de l'apprentissage, l'erreur est le résultat de processus d'origine sensée. Il n'est plus question d'y faire barrage, mais, au contraire, elle apparaît comme normale à l'apprentissage. Elle est l'expression ou la manifestation explicite d'un ensemble de conceptions intégrées dans un réseau cohérent de représentations cognitives, qui se dressent en obstacles à l'acquisition et à la maîtrise de nouveaux concepts. Le franchissement de ces obstacles devient alors le projet de l'acte d'enseignement et l'erreur un épisode dans la restructuration et l'élargissement des connaissances. « La compréhension s'acquiert contre une connaissance antérieure en détruisant des connaissances mal faites » (BACHELARD).

**• BIBLIOGRAPHIE**


ALTET M., *Les pédagogies de l'apprentissage*, Puf, 1997.
BACHELARD G., *La formation de l'esprit scientifique*, J. Vrin, 1938.
CRAHAY M., *Psychologie de l'éducation*, Puf, 1999.
DOISE W., MUGNY G., *Psychologie sociale et développement cognitif*, A. Colin, 1997.
*Éduquer et former*, éditions Sciences Humaines, 2001.
FOULIN J.-N., MOUCHON S., *Psychologie de l'éducation*, Nathan Université, 1999.
JOSHUA S., DUPIN J.-J., *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, Puf, 1993.
MOAL A., L'approche de « l'éducabilité cognitive » par les modèles du développement cognitif, *Éducation permanente*, n°88/89, 1987.
PIAGET J., *La psychologie de l'intelligence*, A. Colin, 1967.

# Deuxième activité

## Dans quelle(s) conception(s) implicite(s) de l'apprentissage situeriez-vous ces "activités" ?

Activité 1

a - Effectue les calculs indiqués :

E = 12 + 5 - 8 + 2 F = 17 - 5 - 1+3 G = 23 + 5 + 2 - 9 H = 32 - 5 - 7 - 3

Thomas a trouvé 7 et Caroline 11 pour le nombre E.

Qu'en penses-tu ? Comment chacun a-t-il compté ?

Nous admettrons la règle à respecter : dans une suite d'additions et de soustractions quand il n'y a pas de parenthèse :

…………………………………………………………………………………………………………………

Tu peux maintenant dire qui a raison ! Vérifie les autres calculs.

b - Effectue les calculs indiqués:

J = 4 x 6 : 2 x 3 K = 1O : 5 x 2 L = 32 : 4 : 2 M = 8 x 5 : 2

Benjamin a trouvé 4 et Sonia 1 pour le nombre K. Qu'en penses-tu ? Comment chacun a-t-il compté ?

Nous admettrons la règle à respecter : dans une suite de multiplications et de divisions quand il n'y a pas de parenthèse :

…………………………………………………………………………………………………………………

Tu peux maintenant_dire qui a raison !

Exercice 1

Calcule:

A = 28 - ( 17 - 3,6) + 0,4 B = 27,6 - (3,6 + 2,8) - 1,2 C = 47,1 - 15,7 - 5,7

D = 42 : 3 x 2 E = 12,5 x 16 : 2 x 4 F = 7 x ( 48 : 6) : 14 : 2

Activité 2

1 - Entoure la bonne réponse :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 14 - 2 x 5 | 60 | 4 | autre réponse: … |
| 2 | 14 x 5 - 3 | 67 | 28 | autre réponse: … |
| 3 | 24 + 6 x 2 | 60 | 36 | autre réponse: … |
| 4 | 24 x 2 + 8 | 240 | 56 | autre réponse: … |

2 - Les calculs suivants sont justes:

4 x 2 + 3 = 11 2 + 5 x 3 = 17 25 - 3 x 4 = 13 5 x 6 - 4 = 26

Fais une conjecture sur la règle qui a été respectée pour obtenir ces réponses.

Nous admettrons la règle à respecter dans une suite de multiplications et d'additions et / ou de soustractions quand il n'y a pas de parenthèse :

…………………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………………

3 - Vérifie maintenant tes réponses à la première question.

Une année en cinquième, IREM de Limoges, 1999

## Parenthèses ou non ?

On a demandé de calculer l'expression : 3 x 5 + 3 - 2 x 7 + 1.
Voici une liste des réponses obtenues.

**1)** 3 x 5 + 3 - 2 x 7 + 1 = 3 x 8 -14 + 1 = 24 -14 +1 = 11

**2)** 3 x 5 + 3 - 2 x 7 + 1 = 3 x 8 -2 x 8 = 24 - 16 = 8

**3)** 3 x 5 + 3 - 2 x 7 + 1 = 15 + 3 - 14 + 1 = 5

**4)** 3 x 5 + 3 -2 x 7 + 1 = 15 + 1 x 7 + 1 = 15 + 7 + 1 = 23

**5)** 3 x 5 + 3 - 2 x 7 + 1 = 15 + 1 x 8 =15 + 8 = 23

**1.** Expliquer chaque réponse en plaçant des parenthèses dans l'expression 3 x 5 + 3 - 2 x 7 + 1.
**2.** La règle suivante indique comment calculer une expression sans parenthèses.

**RÈGLE**
En l'absence de parenthèses, on effectue en priorité les multiplications (et les divisions).

En appliquant cette règle à l'expression 3 x 5 + 3 - 2 x 7 + 1, indiquer la bonne réponse.

Collection" Pythagore" 5e, éd. Hatier, 1997

## Conventions

a) <u>Qui a la priorité?</u>
Voici des calculs qui ont été effectués correctement par Maryline, la grande sœur d'Eugènie :
12 x 4 - 5 = 48 - 5 = 43 ; 10 - 3 x 2 = 10 - 6 = 4 ;
15 x 10 + 1 = 150 + 1 = 151; 7 + 8 x 5 = 7 + 40 = 47.
« C'est facile, s'exclame Eugènie, il suffit de toujours commencer par effectuer la…… ». Terminer la phrase à la place d'Eugènie.
<u>b) Un petit jeu</u>
Recopier et compléter le tableau ci-dessous en utilisant les signes + , - ou x :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | + | 3 | x | 2 | = | 13 |
| 6 | … | 14 | … | 2 | = | 34 |
| 17 | … | 7 | … | 1 | = | 11 |
| 10 | … | 2 | … | 3 | = | 4 |
| 2 | … | 3 | … | 3 | = | 18 |
| | | | | | | |

**BILAN**
**Recopier et compléter :**
**Dans une suite de calculs sans parenthèses où l'on trouve des additions, des soustractions et des multiplications, on effectue d'abord les..… .**

Collection "Dimathème" 5e, éd. Didier, 2001

# Priorité

**DÉCOUVRIR la priorité de la multiplication**

- A = (20 - 6) x 3
  B = 20 - (6 x 3)

A est le produit de 20 - 6 par 3.
8 est la différence entre 20 et 6 x 3.
Calcule A, puis B.

- C = 17 + 2 x 3

Dans cette expression il n'y a pas de parenthèses t'indiquant dans quel ordre tu dois effectuer les calculs.
On a décidé d'effectuer en premier la multiplication.
On écrit :

C = 17 + 2 x 3
C =17 + 6
C = 23

**En l'absence de parenthèses la multiplication a priorité sur l'addition et sur la soustraction.**

**APPLIQUER**

**1** Souligne le calcul à effectuer en premier et calcule :

| | |
|---|---|
| D = 28 - 8 x 2 | E = 41 x 5 - 7 |
| F = (28 - 8) x 2 | G = 15 + 4 x 6 + 1 |
| H = 10 - 6 - 1,5 x 2 | I = 3 x 2 + 6 x 4 |
| J = 10 x 9 - 5 + 4 x 7 | K = 15 + 4 x (6 + 1) |

**2** À la pâtisserie, une brioche coûte 4,20 F, un croissant coûte 3,70 F.

Edwige achète un croissant et quatre brioches.
Sonia achète deux croissants et trois brioches.
Écris la dépense de chacune sans parenthèses, puis calcule ces deux dépenses.

Mathématiques 5e, éd. Delagrave, 1997

## Activité 1 — Calculs sans parenthèses

**Objectifs**
- À partir d'une situation concrète, faire apparaître l'importance :
- de l'ordre dans lequel on opère,
- de l'enchaînement traduisant cet ordre.
- Se servir correctement d'une calculatrice.

**Commentaire**
Au cours de l'activité, faire énoncer la règle de priorité.
Insister sur le fait qu'il s'agit d'une convention admise par tous.

**Priorité à la multiplication**
Au supermarché, Medhi a choisi une trousse à 3,80 € et quatre stylos à 0,15 € pièce.
**1.** Écrire et effectuer les calculs qui donnent le prix des fournitures scolaires de Medhi.
**2.** Quelle opération est effectuée en premier ?
On écrit en un seul enchaînement les opérations qui permettent de résoudre le problème: 3,80 + 0,15 x 4.
**Priorité à la division**
Le professeur demande à Léa d'effectuer cet enchaînement d'opérations :
75 + 24 x 1,5 - 0,5 : 4.
**1.** Quelles opérations Léa doit-elle effectuer en premier ?
**2. a)** Léa a trouvé 110,875. Vérifier son résultat à la calculatrice.
**b)** Si le résultat à la calculatrice n'est pas 110,875, c'est que la machine ne respecte pas la priorité des multiplications et des divisions.
Voici une séquence qui permet d'obtenir le bon résultat quelle que soit la calculatrice. Taper cette séquence :

0,5 [:] 4 [=] [M] 24 [x] 1,5 [=] [+] 75 [−] [RM] [=]

opération prioritaire — opération prioritaire

[M] Mise en mémoire du résultat  [RM] Rappel du résultat mis en mémoire  [=] affichage du résultat

## Activité 2 — Calculs avec parenthèses

Objectifs
- Mettre en évidence l'utilité des parenthèses (rendre prioritaire une addition).
- Utiliser la calculatrice pour insister sur la nécessité d'un bon codage du calcul.

**1.** Jean-Pierre est un passionné de bicyclette.
Du lundi au samedi sur son vélo d'appartement, il parcourt, au compteur, 10 km chaque matin et 8 km chaque soir.
Le dimanche, il effectue sur son vélo de course 12 tours d'un circuit de 3,5 km.
2. Céline veut calculer le nombre de kilomètres parcourus par Jean-Pierre en une semaine.
**a)** Recopier, en le complétant, l'enchaînement d'opérations permettant de trouver la réponse.

(...... +......) x 6 + ...... x ......

opération donnant la distance au compteur chaque jour de semaine — opération donnant les kilomètres parcourus le dimanche

Collection "Éric Serra" 5e, éd. Bordas, 2001

# Conduire un calcul

## 1. Établir les règles de priorité

Le professeur M. A. Theux a corrigé les quatre devoirs de calcul ci-dessous. Après les avoir etudiés, compléter la phrase qui suit chaque cadre.

**1 •**

| | |
|---|---|
| **a/** 20 – 11 + 8 = 20 – 19<br>= 1 *faux* | **b/** 20 – 11 + 6 = 9 + 8<br>=17 *juste* |
| **c/** 20 + 11 – 8 = 31 – 8<br>= 23 *juste* | **d/** 20 – 11 – 8 = 20 – 3<br>= 17 *faux* |

Dans un calcul sans parenthèses, quand il y a des additions et des soustractions, il faut effectuer le calcul .....................

**2 •**

| | |
|---|---|
| **a/** 12 – 2 x 5 = 10 x 5<br>= 50 *faux* | **b/** 12 x 2 – 5 = 24 – 5<br>=19 *juste* |
| **c/** 12 x 2 + 5 =24 + 5<br>= 29 *juste* | **d/** 12 + 2 x 5 = 14 x 5<br>= 70 *faux* |

Dans un calcul sans parenthèses, quand il y a des multiplications, des additions et des soustractions, il faut effectuer en premier ..........................

**3 •**

| | |
|---|---|
| **a/** 12 : 3 + 9 = 4 + 9<br>= 13 *juste* | **b/** 6 + 8 : 2 = 14 : 2<br>= 7 *faux* |
| **c/** $\frac{12}{3} + 9$ = 21 : 3<br>= 7 *faux* | **d/** 25 – 15 : 5 = 25 - 5<br>= 20 *juste* |
| **e/** 18 – 8 : 2 = 10 : 2<br>= 5 *faux* | **f/** $18 - \frac{8}{2}$ = 18 – 4<br>= 14 *juste* |

Dans un calcul sans parenthèses, quand il y a des divisions, des additions et des soustractions, il faut effectuer en premier ................................

**4 •**

| | |
|---|---|
| **a/** 9 x (2 + 5) = 18 +5<br>= 23 *faux* | **b/** (9 + 2) x 5 = 11 x 5<br>= 55 *juste* |
| **c/** (18 - 6) + 2 = 18 – 8<br>= 10 *faux* | **d/** 18 - (6 + 2) = 18 – 8<br>= 10 *juste* |

Dans un calcul, quand il y a des parenthèses, il faut effectuer en premier .........

Collection "Triangle" 56, éd. Hatier, 2001

# Comment effectuer des suites d'opérations avec ou sans parenthèses?

## 1 • Attention aux parenthèses !

1re partie

Recopier les deux tableaux ci-contre

et relier chaque suite d'opérations à son résultat.

| |
|---|
| (5 + 5) x (5 + 5) • |
| 5 x (5 + 5 + 5) • |
| (5 + 5) x 5 + 5 • |
| (5 + 5) x (5 : 5)• |
| (5 + (5 x 5)) : 5• |

| |
|---|
| • 6 |
| • 10 |
| • 55 |
| • 75 |
| • 100 |

2de partie

Recopier et compléter les écritures ci-contre pour que les quatre égalités soient vraies. Pour cela on pourra utiliser des parenthèses et des signes opératoires + ou x ou :

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 5 | 5 = 50 |
| 5 | 5 | 5 = 30 |
| 5 | 5 | 5 = 6 |
| 5 | 5 | 5 = 2 |

## 2 • Attention aux multiplications !

Pour calculer le montant de la facture ci-contre, Kevin prend sa calculatrice et tape :

4,9 + 29,5 x 6. Il trouve 206,40 €.

| article | prix à l'unité |
|---|---|
| 1 lot de cassettes audio<br>6 cédéroms éducatifs | 4, 90 €<br>29, 50 € |

Pour contrôler ce résultat, Julia prend aussi sa calculatrice et tape de même :
4,9 +29,5 x 6. Elle trouve 181,90 €.
1° À votre avis, quel est le bon résultat ?
Qu'affiche votre calculatrice pour la même suite d'opérations ?
2° Comment expliquer les résultats différents de Kevin et de Julia ?
3° Répondre par VRAI ou FAUX :

a) 2 + 2 x 2 = 8 b) 4 + 4 x 4 - 4 = 16 c) 5 x 5 + 5-5 x 5 = 25
d) 3 + 3 x 3 = 12 e) 4 + 4 x 4 x 4 = 128 f) 5 + 5 x 5 + 5 x 5 = 55

| |
|---|
| On retiendra que la suite d'opérations 3 + 4 x 5 se calcule comme 3 + (4 x 5). |

Collection "Cinq sur cinq" 5e, éd. Hachette, 2000

## 1 • Quelques problèmes

1)

| | | |
|---|---|---|
| (68 – 8) + 3 | 8 - 3 | 68 – 8 |
| 8+3 | 68 – (8 + 3) | 68 + (8 – 3) |

Quelles étiquettes utilises-tu pour répondre à chacun des problèmes suivants ?
Indique à quoi correspond chacun des calculs utilisés.
a. En Juin, Monsieur Food pesait 68 kg. Il a perdu 8 kg pendant ses vacances d'été, il a grossi de 3 kg pendant les fêtes de Noël.
Quel est son poids en janvier?
b. Madame Speed habite à 68 km de son lieu de travail. Chaque matin, elle prend le bus pour faire le trajet. Le bus fuit un premier arrêt au bout de 8 km, puis un second arrêt 3 km plus loin. Combien de kilomètres reste-t-il à parcourir ?

2) Quel est le rôle des parenthèses dans ces expressions ?
(68 - 8) + 3 68 - (8 + 3) 68 + (8 - 3)
Que se passe-t-il si on les déplace ? Et si on les enlève ?
3) Marie a 80 € d'argent de poche par mois. Chaque semaine, elle va une fois au cinéma, la place coûte 7 € et elle achète une revue à 5 €.
Combien lui reste-t-il d'argent de poche au bout de 4 semaines ?
Voici une expression qui permet de répondre au problème : 80 - [4 X (7 + 5)].
Que signifie chacun des calculs contenus dans cette différence ?
Dans quel ordre Marie va-t-elle calculer ?

4) Au téléphone, Roméo dicte à Juliette les calculs suivants :
45 - 3 x 2 45 - 3 x 4 45 - 3 x 7 45 - 3 x 12,5 45 - 3 x 14.
a. Effectue les quatre calculs.
b. Propose d'autres calculs du même type.
c. Imagine une autre manière de communiquer le message de Roméo sans répétition.

## 2 • Juste, la calculatrice ?

Divers calculs ont été effectués avec des calculatrices différentes.
On note chaque résultat affiché à chaque entrée d'un nouveau nombre.
Un correcteur a écrit juste ou faux suivant les cas.

1) Trouve les cases pour lesquelles la calculatrice a effectué un calcul. Quels sont ces calculs ?

| Calcul | Nombres | | | | | | | | | Réponse | Type calculatrice |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8+7-5+4-2 | 8 | 7 | 15 | 5 | 10 | 4 | 14 | 2 | 12 | 12 juste | (1) et (2) |

Mathématiques 5e, éd. Magnard, 2001

2) Trois personnes ,A B, C ont trouvé des résultats différents en utilisant leur calculatrice pour effectuer 2 + 7 x 5.

| Calcul | | Affichage | | | | | Réponse | Type calculatrice |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 + 7 x 5 | A | 2 | 7 | 9 | 5 | 45 | 45 faux | (1) |
| | B | 2 | 7 | 7 | 5 | 37 | 37 juste | (2) |
| | C | 7 | 5 | 35 | 2 | 37 | 37 juste | (3) |

a. Indique ce que la calculatrice effectue pour chaque résultat obtenu par les personnes A et B.

b. Indique l'astuce de calcul que fait C pour obtenir la bonne réponse.
c. Avec la calculatrice de type (1), pour obtenir la bonne réponse, tu peux utiliser les touches mémoires. Vérifie-le avec la séquence suivante :

$\boxed{2}$ $\boxed{\text{M+}}$ $\boxed{7}$ $\boxed{\text{x}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\text{RCM}}$ $\boxed{=}$

3) Un problème conduit à poser le calcul en ligne suivant :
2 + 3 x 8 : 4.
Fais des essais avec ta calculatrice pour trouver la réponse “8”.

4) Écris les règles de priorité des calculs que tu viens d'utiliser.
Propose un calcul à tester avec une calculatrice pour vérifier si elle respecte ces règles de priorité.

Mathématiques 5°, éd. Magnard, 2001

## 1 • Le compte est bon

N'utiliser pour ces exercices que les signes +, -, x.

**1.** Anne a trouvé le nombre 27 en employant une seule fois chacun des nombres : 2, 3, 5 et 6.
Elle a écrit son enchaînement d'opérations : (2 x 6) + (5 x 3) = 12 + 15 = 27.
Écrire ce calcul *sans parenthèses.* L'effectuer. Obtient-on le même résultat ?

**2. a.** Avec la même règle du jeu, trouver le nombre 22 et écrire l'enchaînement des opérations en utilisant des parenthèses.
**b.** Écrire le calcul précédent *en supprimant les parenthèses.* Obtient-on le même résultat ?

**3.** Avec la même règle du jeu, trouver le nombre 24 *sans utiliser de parenthèses.*

Collection “Les petits manuels” 5e, éd. Halier, 2001

## 1 • Calcul d'une expression

### 1 Suite d'additions et de soustractions

Voici le calcul de trois expressions :

(1) $12 + 2 + 8 = 14 + 8$
$= 22$

(2) $23 - 11 - 5 = 12 - 5$
$= 7$

(3) $25 - 7 - 11 + 3 = 18 - 11 + 3$
$= 7 + 3$
$= 10$

a. Que représente le nombre 14 de la première ligne du calcul (1) ?
b. Que représente le nombre 12 de la première ligne du calcul (2) ?
c. Que représente le nombre 18 de la première ligne du calcul (3) ?
Que représente le nombre 7 de la deuxième ligne de calcul ?
d. Calcule les expressions :

$17 - 5 + 3$ et $17 - (5+3)$ $17 - 5 - 3$ et $17 - (5 - 3)$
Qu'observes-tu ?

### 2 Priorité de la multiplication

a. Calcule les expressions : $(100 + 3) \times 7$ et $100 + (3 \times 7)$
$(98 - 3) \times 4$ et $98 - (3 \times 4)$

b. Sur sa calculatrice, Lilou a exécuté l'enchaînement suivant :

$\boxed{100}$ $\boxed{+}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{7}$

Elle n'a placé aucune parenthèse : le résultat est 121.
À quelle expression du a. correspond ce résultat ?

c. Puis, Lilou a exécuté l'enchaînement sans parenthèses

$\boxed{98}$ $\boxed{-}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{4}$

Le résultat affiché est 86.

À quelle expression du a. correspond ce résultat ?

d. Pour calculer les expressions sans parenthèses :

(1) $25 + 8 \times 2$ et (2) $35 - 7 \times 4$

On effectue d'abord les multiplications comme s'il y avait des parenthèses autour des produits.
Recopie et achève ces calculs à la main :

(1) $25 + 8 \times 2 = 25 + \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$

(2) $35 - 7 \times 4 = 35 - \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$

Collection "'Nouveau Décimale" 5e, éd. Belin, 200

**Énoncé**

Voici un certain nombre d'expressions numériques. Sans les calculer, regroupe-les en énonçant clairement et par écrit les raisons de tes choix.

| | | |
|---|---|---|
| A = 21 – 17 + 7 ; | B = 2 + 5 x 3 ; | C = (21 – 7) + 17 ; |
| D = (2 + 5) x 3 ; | E = 21 + 17 – 7 ; | F = (17 + 7) – 21 ; |
| G = 2 x 5 + 3 ; | H = 21 – (17 – 7) ; | I = 3 + 2 x 5 ; |
| J = 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 ; | K = 21 x 17 + 7 ; | L = 3 + 2 x 2 + 3 ; |
| M = (2 x 5) + 3 ; | N = 3 + 2 x (2 + 3) ; | O = (21 – 17) + 7. |

**Déroulement :**

La recherche s'effectue d'abord individuellement avec production d'une feuille de réponses, puis à deux avec production d'une feuille de réponses également ; enfin à quatre avec production d'une feuille de réponses. Suit un débat en classe.

# Compte rendu de la deuxième activité

**Réponses des stagiaires :**

**Groupe 1**

• <u>Modèle constructiviste</u>

Magnard 5e pour les questions 1), 2) et 3). Ces questions permettent de bien donner du sens aux calculs posés et aux parenthèses. Mais une rupture à la question 4). Tout le reste se fait sans parenthèses.

• <u>Modèle socioconstructiviste</u>

Énoncé sans nom. Mais il y a trop d'expressions et le lien entre certaines de ces expressions paraît difficile. Le lien entre B et J, et, G et I semble intéressant.

**Groupe 2**

1) <u>Nouveau Décimale</u>
   Activité 1 : modèle transmissif (activité réduite de l'élève).
   Activité 2 : constructiviste
2) <u>IREM de Limoges</u>
   Activité 1 : constructiviste malgré les règles données à la fin
   Activité 2 : behavioriste

**Groupe 3**

1) <u>Triangle</u>
   Transmissif déguisé ( dépend de la façon de gérer l'activité)
2) <u>Pythagore</u>
   Constructiviste pour la première partie
   Transmissif pour la seconde (Quel lien entre les deux ?)
3) <u>Dimathème</u>
   Transmissif pour le a)
   ? pour le b)
4) <u>Une année en 5e</u>
   Transmissif (activité 1) pour la règle, avec du socioconstructivisme pour tout ce qui ne concerne pas la règle.

**Commentaires.**

L'énoncé sans nom suscite quelques interrogations parmi les stagiaires. Les indications quant à l'organisation de l'activité, les feraient pencher pour une activité "inspirée" par le modèle socioconstructiviste, mais la nature de ce qui est demandé aux élèves les laisse perplexes.
C'est pour nous l'occasion de dire que cette activité, élaborée par le Groupe Premier Cycle, ne s'inscrit dans aucun modèle déjà présenté. Elle s'inspire directement du modèle historico-socio-culturel de L. S. VYGOTSKI. Plus précisément, elle s'appuie sur notre lecture des chapitres 5 et 6 de "*Pensée et Langage*" intitulés "Étude expérimentale du développement des concepts " et "Étude du développement des concepts scientifiques pendant l'enfance". Il nous semble en effet que les concepts de "pensée par

complexes/pensée par concepts" ou de "concepts scientifiques/concepts quotidiens" développés par VYGOTSKI nous éclairent sur le développement des concepts chez nos élèves.
Ces "idées forces" seront reprises et précisées au cours du stage .

# Situation-problème, activité

## Situation problème

Régine DOUADY caractérise la situation-problème ainsi :
**1)** L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème. L'élève peut envisager ce qu'est une réponse possible du problème.
**2)** Les connaissances de l'élève sont en principe insuffisantes pour qu'il résolve immédiatement le problème.
**3)** La situation-problème doit permettre à l'élève de décider si une solution trouvée est convenable ou pas.
**4)** La connaissance que l'on désire voir acquérir par l'élève doit être l'outil le plus adapté pour la résolution du problème au niveau de l'élève.
**5)** Le problème peut se formuler dans plusieurs cadres entre lesquels on peut établir des correspondances (par exemple cadre physique, cadre géométrique, cadre graphique).

**Commentaires :**
1) Sinon ils ne mobiliseront pas leurs connaissances et ne pourront s'apercevoir qu'elles sont insuffisantes.
2) Sinon il n'y a pas d'acquisition nouvelle. Il y a réinvestissement des connaissances.
3) Cette caractéristique est essentielle. En effet l'élève doit prendre conscience seul de l'insuffisance de ses connaissances. Cette insuffisance ne peut se constater que s'il est capable de constater tout seul que sa solution est fausse ou que sa méthode est trop lourde.
4) Cette condition n'est pas facile à remplir. Une analyse à priori du problème est donc indispensable. Les données du problème, le matériel mis à disposition des élèves... sont autant de variables qui influenceront les stratégies des élèves. Ces variables sont appelées variables didactiques.
5) Cette construction n'est souvent pas simple.
Enfin il arrive que les élèves arrivent à percevoir l'insuffisance de leurs connaissances mais soient incapables de résoudre le problème. Ce blocage n'est pas tenable pour l'enseignant. Il ne peut qu'aider les élèves à construire une solution. Ne retombe-t-on pas alors dans une pratique behavioriste ? Il semble ici qu'il y ait une différence fondamentale avec le modèle behavioriste : ici l'élève prend conscience de l'insuffisance ses conceptions. Ce qui n'est pas le cas dans la pratique behavioriste.

## Activité

Ce qui donne lieu à une activité mathématique de la part de l'élève, c'est la recherche d'un problème qui utilise et coordonne des notions apprises séparément ou encore un problème qui s'inscrit dans un processus d'apprentissage d'un "objet" mathématique.
Une activité peut être définie par les caractéristiques suivantes :
**1)** L'élève peut engager une stratégie de son choix qui le conduit à des réponses au moins partielles au problème posé.
**2)** L'élève a besoin de convaincre ses interlocuteurs (autres élèves, professeur..) Il a les moyens de justifier ses réponses. Il est convaincu que cela fait partie de son contrat-élève.
**3)** L'énoncé laisse à l'élève la responsabilité du choix des "outils" et de la stratégie pour résoudre le problème.
**4)** Parmi les "outils" adaptés à la résolution du problème, "l'objet" mathématique visé est l'un des plus performants.

**Bibliographie**

G. ARSAC, G. GERMAIN, M. MANTE, *Problème ouvert et situation-problème*, IREM de Lyon, 1991.
R. DOUADY, *Jeux de cadres et dialectique outil-objet*, Recherches en didactiques des mathématiques vol. 7.2 , éd. La Pensée Sauvage, 1986.
R. DOUADY, *De la didactique à l'heure actuelle*, Cahier de didactique des mathématiques n°6, IREM Paris VII, 1984.
M. MATHIAUD, Repères IREM, 1995.


SNIF
PSSS
PSSS
SNIF
PSSS

# Quelques repères bibliographiques …

**Intérêt général**

• Pensée et langage
Lev Vygotski - Éditions La Dispute (édition de 1997)
• Avec Vygotski
Ouvrage collectif dirigé par Yves Clot - Éditions La Dispute
• De l'acte à la pensée
Henri Wallon - Flammarion / collection Champs
• Psychologie de l'intelligence
Jean Piaget - Pocket / collection Agora
• Les maths en collège et au lycée
Coordonné par P.Legrand - Hachette Éducation
• Faire des mathématiques : le plaisir du sens
Bkouche, Charlot, Rouche - Armand Colin
• Apprentissages et didactiques, où en est-on? Chapitre Théorie et concepts fondamentaux
Sous la direction de G. Vergnaud - Hachette Éducation
• Le livre du problème / fascicule 1
IREM de Strasbourg - CEDIC - 1973
• Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques
Georges Glaeser - La Pensée Sauvage éditions
• Preuves et réfutations
Imre Lakatos - Hermann
• L'enseignement des mathématiques - Des repères entre savoirs, programmes et pratiques
Publication des IREM - Topiques Éditions - 1996
• Problème ouvert et situation-problème
Arsac, Germain, Mante - IREM de Lyon - mai 1988
• Dialectique Outil-objet, jeux de cadre
Régine Douady - Cahier de didactique des mathématiques n° 3 - IREM Paris VII - 1984
• Pensée symbolique et intuition
Michel Bourdeau - PUF / collection Philosophies
• Mathématiques au collège : les enjeux d'un enseignement pour tous
Actes du colloque Inter-IREM Premier Cycle - Lille / 1999
• Faire des maths en classe
INRP ADIREM - Actes du colloque de Poitiers - juin 2004
• Pour enseigner la philosophie des mathématiques
Groupe Philo-maths IREM de Strasbourg - août 2003
• Promenades mathématiques
Frédéric Larroche - Ellipses
• La naissance des objets mathématiques
Enrico Giusti - Ellipses / collection L'esprit des sciences

**Plus particulièrement sur l'algèbre…**


• Du numérique à l'algébrique au collège et au lycée
Recherche-Formation / Académie de Toulouse / 1997-2000
• Du traitement des formes à celui des contenus d'écritures littérales
Lemoyne, Conne, Brun - RDM volume 13 - n° 3 - 1993
• Le passage de l'arithmétique à l'algébrique - 3 parties
Y. Chevallard - Petit x n° 5; 19 et 23 - IREM de Grenoble
• Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire
L.Booth - Petit x n° 5 - IREM de Grenoble
• Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre ?
GÉCO - Repères n° - Revue des IREM
• Le concept d'égalité : clef ou verrou ?
F. Reynès - IREM de Bordeaux - 2e version revue et augmentée
• Quelques problèmes pour donner du sens à des règles de calcul littéral en troisième
F. Rouger-Moinier - Repères IREM n° 42 - 2001
• Concepts associated with the egality symbol (traduction du Groupe IREM)
C. Kieran - Educational Studies in Mathematics - 1981
• Cognitive processes involved in learning school algebra
C. Kieran - Booker, Filloy, Vergnaud et Wheeler - Mathematics and Cognition - Cambridge UP - 1990
• The learning and teaching of school algebra
C. Kieran - Handbook of research on mathematics teaching and learning - 1992
• Prealgebra : the transition from arithmetic to algebra
C. Kieran - L. Chalouh - Research ideas for the classroom - MacMillan - 1993
• Approaches to algebra
N. Bednarz -C. Kieran - L. Lee - Perspectives for research and teaching - Kluwer Publishers - 1996
• Signs and meanings in student's emergent algebraic thinking : a semiotic analysis
L. Radford - Educational Studies in Mathematics 42 - Kluwer Publishers - 2001
• On heroes and the collapse of narratives: a contribution to the study of symbolic thinking
L. Radford - Psychological Mathematics Education - 2002
• Gestures, speech, and the sprouting of signs : a semiotic-cultural approach to students' types of generalization
L. Radford - Mathematical thinking and learning - Pre-print 2003